

LUYỆN TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

I. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:

* $\vec{n} \neq \vec{0}$ là VTPT của mp(α) nếu: $\vec{n} \perp (\alpha)$

Chú ý 1. Hai vectơ không cùng phương \vec{a}, \vec{b} có giá chứa trong hoặc song song với (α).

Khi đó: $[\vec{a}, \vec{b}]$ là vectơ pháp tuyến của (α)

$\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ gọi tích có hướng của vectơ và có công thức $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$

$$\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) \quad \boxed{\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)}$$

2) Phương trình tổng quát của mặt phẳng: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$)

+ Mặt phẳng có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ thì có VTPT: $\vec{n} = (A; B; C)$

+ Mặt phẳng qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$ thì có pt:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

+ Phương trình mp cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$ là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (\text{phương trình theo đoạn chắn})$$

+ MpOxy: $z = 0$ + Mp(Oyz): $x = 0$ + Mp(Ozx): $y = 0$

3) Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến (P) được tính theo công thức: $d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

II. BÀI TẬP

Bài 1: Viết ptmp (P):

a) Đi qua $M(1; -2; 4)$ và nhận $\vec{n} = (2; 3; 5)$ làm VTPT.

b) Đi qua $A(0; -1; 2)$ và song song với giá của mỗi vectơ $\vec{u} = (3; 2; 1), \vec{v} = (-3; 0; 1)$.

c) Đi qua $A(-3; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; -1)$.

Giải:

a) Mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -2; 4)$ và nhận $\vec{n} = (2; 3; 5)$ làm VTPT có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2.(x - 1) + 3.(y - (-2)) + 5.(z - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + 5z - 2 + 6 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + 5z - 16 = 0$$

b) Mặt phẳng (P) song song với giá của mỗi vectơ $\vec{u} = (3; 2; 1), \vec{v} = (-3; 0; 1)$ nên mp(P) có VTPT là

$$\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$$

Ta cần tính $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (2.1 - 1.0; 1.(-3) - 3.1; 3.0 - 2.(-3)) = (2; -6; 6)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua A(0; -1; 2) và có VTPT $\vec{n} = (2; -6; 6)$ có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2.(x - 0) - 6.(y - (-1)) + 6.(z - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6y + 6z - 0 - 6 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6y + 6z - 18 = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 3z - 9 = 0$$

c) Nhận xét: ba điểm đã cho tương ứng nằm trên 3 trục tọa độ nên ta áp dụng cách viết phương trình

mặt phẳng theo đoạn chắn: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1$

Hay

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x + 3y + 6z}{-6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z = -6 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z + 6 = 0$$

Bài 2:a) Lập phương trình của các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oyz), (Oxz).

b) Lập phương trình của các mặt phẳng đi qua điểm M(2; 6; -3) và lần lượt song song với các mặt phẳng tọa độ.

Giải:

a) Phương trình mặt phẳng (Oxy) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 0; 1)$ và đi qua điểm O(0; 0; 0) là: $z = 0$

Phương trình mặt phẳng (Oyz) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; 0)$ và đi qua điểm O(0; 0; 0) là: $x = 0$

Phương trình mặt phẳng (Oxz) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 0)$ và đi qua điểm O(0; 0; 0) là: $y = 0$

b) (P) // (Oxy) có phương trình dạng $z = m$, vì (P) đi qua điểm M(2; 6; -3) nên $-3 = m$. Vậy phương trình mp(P) là: $z + 3 = 0$

(P) // (Oyz) có phương trình dạng $x = m$, vì (P) đi qua điểm M(2; 6; -3) nên $2 = m$. Vậy phương trình mp(P) là: $x - 2 = 0$

(P) // (Oxz) có phương trình dạng $y = m$, vì (P) đi qua điểm M(2; 6; -3) nên $6 = m$. Vậy phương trình mp(P) là: $y - 6 = 0$

Bài 3: Lập phương trình mp(α) đi qua hai điểm A(1; 0; 1), B(5; 2; 3) và vuông góc với

mp(β): $2x - y + z - 7 = 0$

Giải:

Hướng giải: + Vì $(\alpha) \perp (\beta)$ nên mặt phẳng (α) nhận \vec{n}_β làm véc tơ chỉ phương tìm VTPT \vec{n}_α

+ Mặt phẳng (α) nhận \vec{AB}, \vec{n}_β làm cặp véc tơ chỉ phương cần tính \vec{AB} ,

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{n}_\beta]$$

Ta có: $\vec{AB} = (4; 2; 2)$, $\vec{n}_\beta = (2; -1; 1)$

Mặt phẳng (α) nhận $\vec{AB} = (4; 2; 2)$, $\vec{n}_\beta = (2; -1; 1)$ làm cặp véc tơ chỉ phương.

Tọa độ véc tơ pháp tuyến của mp(α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{AB}, \vec{n}_\beta] = (1; 0; -2)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A(1; 0; 1) và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 0; -2)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1.(x - 1) - 0.(y - 0) - 2.(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 0 - 2z - 1 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2z + 1 = 0$$

Bài 4: Xác định các giá trị của m, n để mỗi cặp mp sau: song song, cắt nhau, trùng nhau:

a) (P): $2x + my + 3z - 5 = 0$

(Q): $nx - 8y - 6z + 2 = 0$

b) (P): $3x - 5y + mz - 3 = 0$

(Q): $2x + ny - 3z + 1 = 0$

Giải:

a) a) (P)//(Q) $\Leftrightarrow \frac{2}{n} = \frac{m}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2}$ ta có $\begin{cases} \frac{2}{n} = \frac{3}{-6} \\ \frac{m}{-8} = \frac{3}{-6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n = -12 \\ -6m = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -4 \\ m = 4 \end{cases}$

b) Giải tương tự câu a (**học sinh làm**)

Bài 5: Tính khoảng cách từ $A(2; 4; -3)$ đến các mp sau: (P): $12x - 5z + 5 = 0$

Giải: $d(A, (P)) = \frac{|12 \cdot 2 - 5(-3) + 5|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \frac{44}{13}$

❖ **BÀI TẬP TỰ LUẬN**

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng trong những trường hợp sau

a) Đi qua $M(1; 3; -2)$ và có VTPT $\vec{n} = (2; 1; -1)$

b) Qua ba điểm $A(-1; 2; 3), B(2; -4; 3), C(4; 5; 6)$

c) Viết PT mp (P) qua $A(-2; -1; 0)$ và song song với mp (Q): $x - 3y + 4z + 5 = 0$

d) Đi qua hai điểm $P(3; 1; -1), Q(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - y + 3z - 1 = 0$

e) Qua ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 4)$

❖ **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$?

A. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$. C. $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2; 0; 1)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 4. Cho $A(0; 0; a), B(b; 0; 0), C(0; c; 0)$ với $abc \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$ C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$ D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$

Câu 5. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) có phương trình:

A. $x - 2 = 0$ B. $x = 0$ C. $z + 1 = 0$ D. $y - 1 = 0$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1, 0, 0)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (0; 3; -1)$ có phương trình là

A. $-5x + y + 3z + 5 = 0$ B. $5x - y - 3z + 5 = 0$ C. $5x + y + 3z + 5 = 0$ D. $5x - y - 3z + 1 = 0$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1, -3, 2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+3=0$, $(\beta): z-2=0$ có phương trình là

- A. $y+3=0$ B. $y-2=0$ C. $2y-3=0$ D. $2x-3=0$

Câu 8: Cho mặt phẳng (P) : $2x - 2y + z + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng : A. 1 B. 2 C. 3 D. 6

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $2x - 3y + 4z = 2016$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$ B. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ C. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ D. $\vec{n} = (2; 3; -4)$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $x - 3y + z - 1 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P).

- A. $5\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $3\sqrt{5}$

- Các bạn cần làm bài 1 và các câu trắc nghiệm