

Bài 3: PHÉP CHIA SỐ PHỨC

1. Tổng và tích của hai số phức liên hợp.

Ví dụ 1: Cho z . Tính $z + \bar{z}$, $z \cdot \bar{z}$?

- a) $z = 2 + 3i$ b) $z = 5 - 3i$ c) $z = -5 - 3i$ d) $z = -2 + 3i$

Giải:

z	\bar{z}	$z + \bar{z}$	$z \cdot \bar{z}$
$2 + 3i$	$2 - 3i$	4	13
$5 - 3i$	$5 + 3i$	10	34
$-5 - 3i$	$5 + 3i$	-10	34
$-2 + 3i$	$-2 - 3i$	-4	13

Cho số phức $z = a + bi$. Ta có :

$$z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2$$

* Tổng của một số phức với số phức liên hợp của nó bằng hai lần phần thực của số phức đó.

* Tích của một số phức với số phức liên hợp của nó bằng bình phương môđun của số phức đó.

Vậy tổng và tích của hai số phức liên hợp là số thực.

2. Phép chia hai số phức $z = \frac{c + di}{a + bi}$: (sgk/137) Tự học

* Chia số phức $c + di$ cho số phức $a + bi$ (Khác 0) là tìm số phức z sao cho $c + di = (a + bi)z$.

Khi đó z được gọi là thương hai số phức.

* Phương pháp chia hai số phức là nhân cả tử và mẫu với số phức liên hợp ở mẫu.

❖ LUYỆN TẬP

Bài tập 1: Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{5i}{2 - 3i}$; b) $\frac{1 + i\sqrt{2}}{2 + i\sqrt{3}}$; c) $2i(3 + i)(2 + 4i)$; d) $\frac{(1 + i)^2 (2i)^3}{-2 + i}$.

Giải:

$$a. \frac{5i}{2 - 3i} = \frac{5i \cdot (2 + 3i)}{(2 - 3i) \cdot (2 + 3i)} = \frac{5i \cdot 2 + 5i \cdot 3i}{2^2 + 3^2} = \frac{10i + 15i^2}{2^2 + 3^2} = \frac{-15 + 10i}{13} = \frac{-15}{13} + \frac{10i}{13}$$

$$b. \frac{1 + i\sqrt{2}}{2 + i\sqrt{3}} = \frac{(1 + i\sqrt{2}) \cdot (2 - i\sqrt{3})}{(2 + i\sqrt{3}) \cdot (2 - i\sqrt{3})} = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot (-i\sqrt{3}) + i\sqrt{2} \cdot 2 + i\sqrt{2} \cdot (-i\sqrt{3})}{2^2 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2 + 2i\sqrt{2} - i\sqrt{3} - i^2 \cdot \sqrt{6}}{7} = \frac{2 + \sqrt{6} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{7} i$$

$$c. 2i(3 + i)(2 + 4i) = (2i \cdot 3 + 2i^2) \cdot (2 + 4i) = (6i + 2i^2) \cdot (2 + 4i) = (6i - 2) \cdot (2 + 4i)$$

$$= 6i \cdot 2 + 6i \cdot 4i - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4i = 12i - 8i + 24i^2 - 4 = 4i - 28$$

$$d. \text{Ta có : } (1 + i)^2 \cdot (2i)^3 = (1 + 2i + i^2) \cdot 8i \cdot i^2 = (1 + 2i - 1) \cdot 8i \cdot (-1) = 16i^2 \cdot (-1) = 16$$

$$\text{Do đó: } \frac{(1+i)^2(2i)^3}{-2+i} = \frac{16 \cdot (-2-i)}{(-2+i) \cdot (-2-i)} = \frac{16 \cdot (-2) - 16 \cdot i}{(-2)^2 + 1^2} = \frac{-32 - 16i}{5} = \frac{-32}{5} - \frac{16i}{5}$$

Bài tập 2: Tìm nghịch đảo $1/z$ của số phức z .

a) $z = i$; b) $z = 5 + i\sqrt{3}$.

Giải:

a) $z = i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{i} = \frac{1 \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} = -i$;

b) $z = 5 + i\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{5 + i\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot (5 - i\sqrt{3})}{(5 + i\sqrt{3}) \cdot (5 - i\sqrt{3})} = \frac{5 - i\sqrt{3}}{5^2 + (\sqrt{3})^2} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$.

Bài tập 3: Giải các phương trình.

a. $(1+3i)z - (2+5i) = (2+i)z$;

b. $\frac{z}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i$.

Giải:

a.

$$\begin{aligned} (1+3i)z - (2+5i) &= (2+i)z \\ \Leftrightarrow (1+3i)z - (2+i)z &= 2+5i \\ \Leftrightarrow (-1+2i)z &= 2+5i \\ \Leftrightarrow z &= \frac{2+5i}{-1+2i} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{(2+5i) \cdot (-1-2i)}{(-1+2i) \cdot (-1-2i)} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2i) + 5i \cdot (-1) + 5i \cdot (-2i)}{(-1)^2 + 2^2} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{-2 - 4i - 5i - 10i^2}{5} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{8-9i}{5} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{8}{5} - \frac{9}{5}i \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \frac{z}{4-3i} + (2-3i) &= 5-2i \\ \Leftrightarrow \frac{z}{4-3i} &= 5-2i - (2-3i) \\ \Leftrightarrow \frac{z}{4-3i} &= 3+i \\ \Leftrightarrow z &= (3+i) \cdot (4-3i) \\ \Leftrightarrow z &= 12 - 9i + 4i - 3i^2 \\ \Leftrightarrow z &= 15 - 5i \end{aligned}$$

NỘI DUNG CÁC CÂU HỎI BÀI TẬP.

1. Tự luận:

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{1-3i}{5+4i} - 3+4i$; b) $\frac{2+i}{5-i} - \frac{1}{2+3i}$

Bài 2. : Giải các phương trình. $(3-2i)z + (4+5i) = 7+3i$;

2. Trắc nghiệm :

Câu1: Số phức $\frac{1-i}{i}$ có dạng: A. $1+i$. B. $-1+i$. C. $1-i$. D. $-1-i$

Câu2: Số phức $\frac{2+i}{1-i}$ có dạng : A. $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$. B. $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$. C. $\frac{1}{2} + \frac{3i}{2}$. D. $\frac{1}{2} - \frac{3i}{2}$

Câu 3: Số phức $\frac{(3+2i)(1-3i)}{1+i\sqrt{3}}$ có dạng:

A. $\frac{9-7\sqrt{3}}{4} + \frac{7+9\sqrt{3}}{4}i$.

B. $\frac{9-7\sqrt{3}}{4} - \frac{7+9\sqrt{3}}{4}i$.

C. $\frac{7-9\sqrt{3}}{4} + \frac{9+7\sqrt{3}}{4}i$.

D. $\frac{7-9\sqrt{3}}{4} - \frac{9+7\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2}-i\sqrt{3})z+i\sqrt{2}=\sqrt{3}+2i\sqrt{2}$ là

A. $z = \frac{i}{5}$.

B. $z = -\frac{i}{5}$.

C. $z = i$.

D. $z = -i$.

Câu 5: Phần thực và phần ảo của số phức $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$ lần lượt là

A. -2 và 1.

B. 1 và -2.

C. 0 và 2.

D. 2 và 0.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $z+2\bar{z}=2-4i$ là

A. $z = -\frac{2}{3} - 4i$.

B. $z = -\frac{2}{3} + 4i$.

C. $z = \frac{2}{3} + 4i$.

D. $z = \frac{2}{3} - 4i$.

Câu 7: Với giá trị nào của x,y thì $(x+y)+(2x-y)i=3-6i$

A. $x = -1; y = 4$

B. $x = -1; y = -4$

C. $x = 4; y = -1$

D. $x = 4; y = 1$

Câu 8: nghiệm phức của phương trình: $iz+2-i=0$ là:

A. $1-2i$

B. $2+i$

C. $1+2i$

D. $2-i$