

# Chương IV: SỐ PHỨC

## §1. SỐ PHỨC

1. Số  $i$ :  $i^2 = -1$

2. Định nghĩa số phức

- Một biểu thức dạng  $a+bi$ , trong đó  $a, b \in i^2 = -1$  đgl một số phức.

Trong đó:  $a$ : phần thực của số phức.

$b$ : phần ảo của số phức.

$i$ : đơn vị ảo

- Số phức  $a+bi$  gọi là số phức dạng đại số. Tập hợp các số phức được kí hiệu là  $\mathbb{C}$ .

VD1: Tìm phần thực phần ảo của số phức sau:

- a)  $-3 + 5i$     b)  $4 - i\sqrt{2}$     c)  $\pi i$     d)  $1$

Giải:

a)  $-3+5i$ ; Phần thực:  $-3$ , phần ảo:  $5$

b)  $4-i\sqrt{2}$ ; Phần thực:  $4$ , phần ảo:  $-\sqrt{2}$

c)  $\pi i$ ; Phần thực:  $0$ , phần ảo:  $\pi$

d)  $1$ ; Phần thực:  $1$ , phần ảo:  $0$

Chú ý:

• Mỗi số thực  $a$  được coi là một số phức với phần ảo bằng  $0$ :  $a = a + 0i$ .

Như vậy,  $a \in \mathbb{R} \Rightarrow a \in \mathbb{C}$

• Số phức  $0 + bi$  đgl số thuần ảo và viết đơn giản là  $bi$ :  $bi = 0 + bi$

Đặc biệt,  $i = 0 + 1i$ . Số  $i$ : đơn vị ảo

3. Số phức bằng nhau.

Hai số phức là bằng nhau nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

VD1: Tìm các số thực  $x, y$  để  $z = z'$

a)  $\begin{cases} z = (2x+1) + (3y-2)i \\ z' = (x+2) + (y+4)i \end{cases} \dots \dots \dots \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} z = (-3x-9) + 3i \\ z' = 12 + (5y-7)i \end{cases} \dots \dots \dots \begin{cases} x = -7 \\ y = 2 \end{cases}$

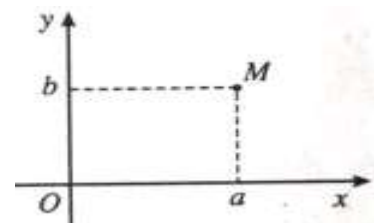
Giải:

a.  $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x + 2 \\ 3y - 2 = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

b.  $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} -3x - 9 = 12 \\ 3 = 5y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 2 \end{cases}$

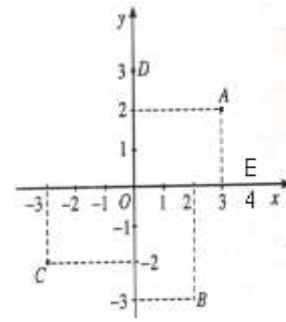
4. Biểu diễn hình học của số phức.

Trong mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm  $M(a; b)$  biểu diễn một số phức  $z = a + bi$ .



**VD3.** Biểu diễn các số phức sau trên mặt phẳng tọa độ

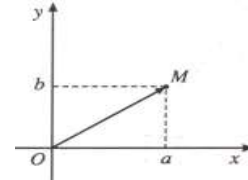
- a)  $z = 3 + 2i$ ; b)  $z = 2 - 3i$ ; c)  $z = -3 - 2i$ ;  
 d)  $z = 3i$ ; e)  $z = 4$



### 5. Môđun của số phức.

Độ dài của  $\overline{OM}$  đgl môđun của số phức

$$z = a + bi \text{ (kí hiệu } |z|). \quad |z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



**Ví dụ 4:** Tính môđun của các số phức sau:

- a)  $z = 3 + 2i$     b)  $z = 2 - 3i$     c)  $z = 3i$     d)  $z = 4$

**Giải:**

- a),  $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$   
 b),  $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$   
 c)  $|z| = 3$   
 d)  $|z| = 4$   
 +)  $\sqrt{a^2 + b^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow z = 0$

### 6. Số phức liên hợp.

Cho số phức  $z = a + bi$ . Ta gọi  $a - bi$  là số phức liên hợp của  $z$  và kí hiệu là  $\bar{z} = a - bi$ .

**Ví dụ 5.** Tìm số phức liên hợp của các số phức sau:

- a)  $z = 3 + 2i$ ; b)  $z = 2 - 3i$ ; c)  $z = -3 - 2i$ ; d)  $z = 3i$ ; e)  $z = 4$

**Giải:**

- a.  $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$   
 b.  $z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$   
 c.  $z = -3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = -3 + 2i$   
 d.  $z = 3i \Rightarrow \bar{z} = -3i$   
 e.  $z = 4 \Rightarrow \bar{z} = 4$

**Ví dụ 6:** . Cho  $z = 3 - 2i$ .

a) Tính  $\bar{z}$  và  $\overline{\bar{z}}$ .

b) Tính  $|z|$  và  $|\bar{z}|$ .

**Giải:**

- a.  $z = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i$ ,  $\overline{\bar{z}} = 3 + 2i \Rightarrow \overline{\overline{\bar{z}}} = 3 - 2i$   
 b.  $|\bar{z}| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$   
 $|\overline{\bar{z}}| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$

**\*Nhận xét:** Cho số phức  $z = a + bi$  ta luôn có

$$\overline{\overline{z}} = z = \overline{\bar{z}}$$

$$+ |z| = |\bar{z}|.$$

❖ **LUYỆN TẬP**

**Bài tập 1:** Tìm phần thực và phần ảo của số phức:

a)  $z = 1 - \pi i$ ;    b)  $z = \sqrt{2} - i$ ;    c)  $z = 2\sqrt{2}$ ;    d)  $z = -7i$

Giải: Theo định nghĩa số phức kí hiệu phần thực là a, phần ảo là b ta có:

a)  $a = 1, b = -\pi$ ;    b)  $a = \sqrt{2}, b = -1$ ;    c)  $a = 2\sqrt{2}, b = 0$ ;    d)  $a = 0, b = -7$ .

**Bài tập 2:** Tìm các số thực x, y để  $z = z'$ , biết:

a)  $\begin{cases} z = (3x-2) + (2y+1)i \\ z' = (x+1) - (y-5)i \end{cases}$

b)  $\begin{cases} z = (2x+y) + (2y-x)i \\ z' = (x-2y+3) + (y+2x+1)i \end{cases}$

Giải:

a)  $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 = x+1 \\ 2y+1 = -(y-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$

b)  $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y = x-2y+3 \\ 2y-x = y+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

**Bài tập 3:** Tính môđun của các số phức:

a)  $z = -2 + i\sqrt{3}$     b)  $z = \sqrt{2} - 3i$     c)  $z = -5$     d)  $z = i\sqrt{3}$

Giải:  $z = a + bi$  suy ra  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  khi đó

a)  $|z| = \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ ;

b)  $|z| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-3)^2} = \sqrt{11}$ ;

c)  $|z| = 5$ ;

d)  $|z| = \sqrt{3}$

**Bài 4:** Tìm số phức liên hợp của số phức:

a)  $z = 1 - i\sqrt{2}$ ;    b)  $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{3}$ ;    c)  $z = 5$ ;    d)  $z = 7i$

Giải:  $z = a + bi$ . Số phức liên hợp của z và kí hiệu là  $\bar{z} = a - bi$ .

a)  $\bar{z} = 1 + i\sqrt{2}$ ;    b)  $\bar{z} = -\sqrt{2} - i\sqrt{3}$ ;    c)  $\bar{z} = 5$ ;    d)  $\bar{z} = 7i$ .

❖ **NỘI DUNG CÂU HỎI ÔN TẬP**

**Câu hỏi trắc nghiệm:**

**Câu 1.** Tìm phần ảo của số phức  $z = 2 - i$ .

A. 1    B. -i    C. -1    D. i

**Câu 2.** Tìm modun của số phức  $z = 7 - 5i$ .

A.  $\sqrt{74}$ .    B. 74.    C. 24.    D.  $\sqrt{24}$ .

**Câu 3.** Tìm điểm biểu diễn hình học của số phức  $z = 8 - 9i$ .

A. M(8;9).    B. M(8;-9).    C. M(8;-9i).    D. M(8;9i).

**Câu 4:** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 + 5i$  và B là điểm biểu diễn của số phức  $z' = -2 + 5i$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau: Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua

A. trục hoành.    B. trục tung.    C. gốc toạ độ O.    D. đường thẳng  $y = x$ .

**Câu 5:** Gọi M là điểm biểu diễn trong mặt phẳng toạ độ của số phức  $z = (a+2) + (3-a)i$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Nếu điểm M nằm trên trục Ox thì giá trị của a là :

A.  $a = 2$     B.  $a = 3$     C.  $a = -2$     D.  $a = -3$

**Câu 6 :** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $3i^2 = 3$                       B.  $4i^2 = -4$                       C.  $\frac{1}{2}i^2 = \frac{1}{2}$                       D.  $\sqrt{2}i^2 = \sqrt{2}$

**Câu 7 :** Trong các số sau, số nào không phải là số thực?

- A.  $2+3i$                       B.  $0$                       C.  $2$                       D.  $-1+0i$ .

**Câu 8 :** Số nào sau đây là số thuần ảo?

- A.  $-1+0.i$                       B.  $1$                       C.  $0+i$                       D.  $1-i$

**Câu 9:** Số phức  $z = 2 + 3i$  được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là:

- A.  $(2;-3)$                       B.  $(2;3)$                       C.  $(2 ; 3i)$                       D.  $(2 ; i)$

**Câu 10.** Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

- A. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3$ .  
B. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4i$ .  
C. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4$ .  
D. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3i$ .

