

## PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

### I. KIẾN THỨC CẦN NẮM

**1. Tọa độ vector:** Cho  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ . Ta có

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3) \quad k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases} ; \quad \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

**2. Tọa độ điểm:** Cho  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$|\vec{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$M \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow M\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

### 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

• **Phương trình mặt cầu (S) tâm I(a ; b ; c), bán kính R:**

$$+ (S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

+ Phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  là phương trình

mặt cầu tâm I(a ; b ; c), bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

### 4. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

• **Vector pháp tuyến của mặt phẳng:**

\*  $\vec{n} \neq \vec{0}$  là VTPT của mp( $\alpha$ ) nếu:  $\vec{n} \perp (\alpha)$

**Chú ý 1.** Hai vector không cùng phương  $\vec{a}, \vec{b}$  có giá chứa trong hoặc song song với ( $\alpha$ ). Khi đó:

$\left[ \vec{a}, \vec{b} \right]$  là vector pháp tuyến của ( $\alpha$ )

• **Phương trình tổng quát của mặt phẳng:**  $Ax + By + Cz + D = 0$  ( $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ )

+ Mặt phẳng có phương trình:  $Ax + By + Cz + D = 0$  thì có VTPT:  $\vec{n} = (A; B; C)$

+ Phương trình mp cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm (a ; 0 ; 0), (0 ; b ; 0), (0 ; 0 ; c) là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ (phương trình theo đoạn chắn)}$$

- Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến (P) được tính theo công thức :

$$d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

**Các dạng phương trình đường thẳng:** Cho đường thẳng  $\Delta_1$  qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  có VTCP  $\vec{u}_1 = (a_1; a_2; a_3)$

-Phương trình tham số: 
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
, với  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng.

-Phương trình chính tắc: 
$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1, a_2, a_3 \neq 0)$$

## II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho vectơ  $\vec{u} = 3\vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k}$ , khi đó tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  đối với hệ tọa độ Oxyz là:

- A.  $(-2; 3; 5)$       B.  $(3; -2; 5)$       C.  $(5; 3; -2)$       D.  $(-2; 5; 3)$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho vectơ  $\vec{u} = (3; -1; 2)$ , khi đó độ dài của vectơ  $\vec{u}$  bằng:

- A. 14      B.  $\sqrt{4}$       C.  $\sqrt{13}$       D.  $\sqrt{14}$  14

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; 1; -2)$  và  $\vec{v} = (-5; 1; 4)$ , khi đó tọa độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là:

- A.  $(-2; 1; 1)$       B.  $(-6; 2; 6)$       C.  $(-4; 2; 2)$       D.  $(-4; 2; -2)$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho hai vectơ  $\vec{a} = (3; 0; 1)$  và  $\vec{b} = (1; -2; 4)$ , khi đó  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng:

- A. 8      B. 7      C. 6      D. 5

Câu : Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

- A.  $(2; 0; 1)$ .      B.  $(2; -2; 0)$ .      C.  $(0; -2; 1)$ .      D.  $(0; 0; 1)$ .

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; -1; 1)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (2; 1; -4)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

- A.  $2x + y - 4z - 1 = 0$       B.  $2x + y - 4z + 1 = 0$   
C.  $2x - y + 4z - 1 = 0$       D.  $-2x - y + 4z = 0$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho 3 điểm A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;3), mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A.  $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 0$       B.  $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 1$       C.  $2x - y + 3z = 1$       D.  $2x - y + 3z = 0$

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Khoảng cách từ điểm  $M(0;1;1)$  đến mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  bằng:

- A. 1                                      B. -1                                      C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $-\frac{1}{3}$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ , điểm nào sau đây thuộc  $(P)$ ?

- A. (2;3;1)                                      B. (3;1;1)                                      C. (1;-2;1)                                      D. (4;2;-1)

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Đường thẳng đi qua điểm  $M(4;1;-2)$  và nhận vector  $\vec{u} = (1;-3;2)$  làm vector chỉ phương có phương trình tham số là:

- A.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$                                       B.  $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$                                       C.  $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$                                       D.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -2 \end{cases}$

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2;3;-1)$ , bán kính  $R = 4$  có phương trình là:

- A.  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 4$                                       B.  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 16$   
 C.  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 16$                                       D.  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 4$

**Câu 10.1** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-1; -2; -3)$ .                                      B.  $(1; 2; 3)$ .                                      C.  $(-1; 2; -3)$ .                                      D.  $(1; -2; 3)$ .

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, cho  $\vec{a}(-1; 2; -3)$ ;  $\vec{b}(3; 3; 4)$ ;  $\vec{c}(5; 0; -1)$ . Giá trị của  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$  là:

- A. 8                                      B. 11                                      C. -8                                      D. -11

**Câu 12.** Trong không gian Oxyz, cho  $(P): 2x + y - z - 10 = 0$  và  $(Q): 4x + 2y - 2z + 9 = 0$ . Vị trí tương đối của  $(P)$  và  $(Q)$  là:

- A. Cắt nhau và vuông góc.                                      B. Song song.  
 C. Trùng nhau.                                      D. Cắt nhau và không vuông góc..

**Câu 13.** Trong không gian Oxyz, đường thẳng  $(d)$  đi qua gốc tọa độ O và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (2; -3; 1)$  có phương trình là:

- A.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3t \ (t \in R) \\ z = t \end{cases}$                                       B.  $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \ (t \in R) \\ z = 3t \end{cases}$                                       C.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = 3t \ (t \in R) \\ z = t \end{cases}$                                       D.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \ (t \in R) \\ z = t \end{cases}$

**Câu 14.** Cho 2 điểm  $A(2; 4; 1)$ ,  $B(-2; 2; -3)$ . Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A.  $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$                                       B.  $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$   
 C.  $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 3$                                       D.  $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$

**Câu 15.** Khoảng cách từ điểm  $M(-2; -4; 3)$  đến mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x - 5y + 2z - 7 = 0$  là:

- A. -7                                      B. 25                                      C. 15                                      D. 22

**Câu 17.** Trong không gian Oxyz mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(-1; 2; -6)$  và có VTPT  $\vec{n} = (-2; 3; -7)$  có phương trình là:

- A.  $-2x + 3y - 7z - 50 = 0$                                       B.  $4x - 5z - 4 = 0$                                       C.  $4x - 5y + 4 = 0$                                       D.  $4x - 5z + 4 = 0$

**Câu 18.** Vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}; d_2 : \begin{cases} x = 7 + 3ts \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  là

- A. Chéo nhau                      B. Trùng nhau                      C. Song song                      D. Cắt nhau

**Câu 19.** Trong không gian Oxyz, cho các điểm: A(2;-1;1), B(3;2;3), C(1;-2;2). Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -2 \end{cases}$

**Câu 20.** Trong không gian, cho đường thẳng  $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{2}$  và mặt phẳng

(P):  $x+2y+z+9=0$ . Toạ độ giao điểm I của đường thẳng d và mp(P) là:

- A. (4;-7;1)                      B. (2;3;1)                      C. (1;-2;1)                      D. (4;2;-1)

**Câu 21.** Trong không gian Oxyz cho 2 đường thẳng (d):  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$

và (d'):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ . Vị trí tương đối của d và d' là:

- A. Chéo nhau                      B. Trùng nhau                      C. Cắt nhau                      D. Song song

**Câu 22.** Cho 4 điểm A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1). PT mặt cầu tâm A tiếp xúc với mp (BCD) là:

- A.  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 1$                       B.  $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 1$   
 C.  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$                       D.  $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$

**Câu 23.** Trong không gian Oxyz, cho điểm M(-3;4;1), đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \quad (t \in R) \\ z = -1 + t \end{cases}$$

và mặt phẳng (P) có phương trình  $x + y + z - 3 = 0$ . Phương trình mặt phẳng (Q)

qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là:

- A.  $x - y - z + 8 = 0$                       B.  $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 0$                       C.  $2x - y + 3z = 1$                       D.  $2x - y + 3z = 0$

**Câu 24:** Phương trình (P) song song (Q):  $-3x+y+7z-4=0$  và đi qua A(-1;0;-3) là:

- A.  $-3x+y-7z-11=0$                       B.  $2x+y-3z+17=0$   
 C.  $-3x+y+7z+14=0$                       D.  $3x-y-7z+1=0$

**Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(2;4;1), B(-1;1;3) và mặt phẳng (P):  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

- A. (Q):  $2y + 3z - 11 = 0$                       B. (Q):  $-2y + 3z + 11 = 0$   
 C. (Q):  $x + 2y + 3z - 11 = 0$                       D. (Q):  $2x + 3z - 11 = 0$

**Câu 26.** Trong không gian Oxyz, cho các điểm:  $A(-2;-1;1)$  ,  $B(-4;2;0)$  . Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

A.  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -2 \end{cases}$

**Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng  $P: x - y - z - 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(1;1;-2)$ , song song với mặt phẳng  $(P)$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

A.  $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+3}{-2}$       B.  $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$   
 C.  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$       D.  $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+3}{2}$

Hướng dẫn giải:  $\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (2; 5; -3)$ .  $\Delta$  nhận  $\vec{u}$  làm VTCP  $\Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$

**CÂU 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1;2;3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$  là:

A.  $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 - 7t \end{cases}$       B.  $d: \begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = -2 + 6t (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 - 14t \end{cases}$   
 C.  $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 - 7t \end{cases}$       D.  $d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = -7 + 3t \end{cases}$

**Câu 29.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;0;-1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4; -6; 2)$  là

A.  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$       B.  $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{2}$   
 C.  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$       D.  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-2}{1}$

**Câu 30.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1;2;-1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$  là:

A.  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$       B.  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$   
 C.  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$       D.  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+4}{-3}$

