

Chương VI : CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC, CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

§1. CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

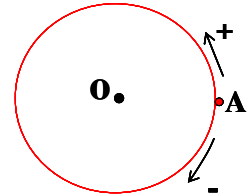
I. Khái niệm cung và góc lượng giác:

1. Đường tròn định hướng và cung lượng giác

a) Đường tròn định hướng

Khái niệm:

Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó người ta đã chọn chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ làm chiều dương.



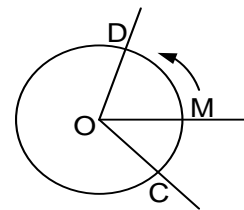
b) Cung lượng giác

Với hai điểm A, B đã cho trên đường tròn định hướng ta có vô số số cung lượng giác đi từ A và điểm cuối B. Mỗi cung như vậy đều được kí hiệu là $\overset{\curvearrowright}{AB}$



2. Góc lượng giác:

Góc lượng giác có tia đầu là OC và tia cuối là OD ký hiệu là (OC, OD)



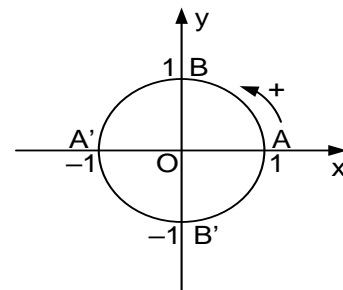
3. Đường tròn lượng giác.

Đường tròn định hướng tâm O bán kính $R = 1$

– Điểm gốc $A(1; 0)$.

– Các điểm $A'(-1; 0)$, $B(0; 1)$, $B'(0; -1)$.

Đường tròn xác định như trên được gọi là đường tròn lượng giác gốc A.



II. Số đo của cung và góc lượng giác

1. Độ và radian

a. Đơn vị radian

Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là **cung có số đo 1 rad.**

b) Quan hệ giữa độ và radian.

$$\boxed{1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ rad};}$$

$$\boxed{1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}}$$

Ví dụ 1: a) Đổi các số đo sau sang số đo độ: $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$

b) Đổi các số đo sau sang radian: $45^{\circ}, 150^{\circ}$

Giải:

$$\text{a) } \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\pi}{6} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^{\circ} = 30^{\circ} \quad ; \quad \frac{5\pi}{4} = \left(\frac{5\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^{\circ} = 225^{\circ}$$

$$\text{b) } 45^{\circ} = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4} \quad ; \quad 150^{\circ} = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$$

- Bảng chuyển đổi thông dụng:

| | | | | | | |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| Độ | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° |
| Radian | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ |

c) Độ dài của một cung tròn.

Cung có số đo α radian của đường tròn bán kính R có độ dài: $l = R\alpha$

2. Số đo của cung lượng giác và góc lượng giác.

Số đo của một cung lượng giác \widehat{AM} ($A \neq M$) là một số thực âm hay dương. Kí hiệu số \widehat{AM} .

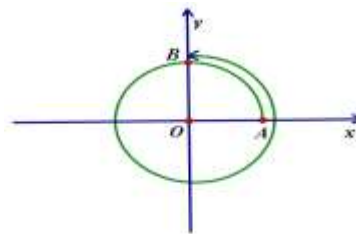
Ví dụ 2:

Khi M di động từ A từ A tới B là tạo nên cung \widehat{AM} đường

tròn ta nói cung này có số đo là $\frac{\pi}{2}$

Sau đó điểm M đi thêm một vòng nữa

Ta được cung lượng giác \widehat{AM} có số đo là $\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$



Ghi nhớ:

Số đo của các cung lượng giác có cùng điểm đầu và điểm cuối sai khác nhau một bội của 2π hoặc 360° . $\widehat{AM} = \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\widehat{AM} = a^{\circ} + k360^{\circ} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

trong đó α (hay a°) là số đo của một lượng giác tùy ý có điểm đầu A và điểm cuối M.

3. Số đo góc lượng giác.

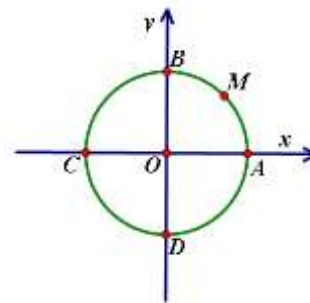
Số đo của góc lượng giác (OA, OM) là số đo của cung lượng giác \widehat{AM} tương ứng.

Ví dụ 3: Ta được cung lượng giác \widehat{AM} có số đo là . Vậy số đo $(OA, OM) = \frac{5\pi}{2}$

4. Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác.

Giả sử số $\widehat{AM} = \alpha$.

- Điểm đầu $A(1; 0)$
- Điểm cuối M được xác định bởi số $\widehat{AM} = \alpha$.
- Biểu diễn một cung lượng giác trên đường tròn lượng giác.



a) $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$

b) $-765^\circ = -45^\circ + (-2) \cdot 360^\circ$

❖ LUYỆN TẬP

Câu hỏi 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- Số đo của cung tròn phụ thuộc vào bán kính của nó.
- Độ dài của cung tròn tỉ lệ với số đo của cung đó.
- Độ dài của cung tròn tỉ lệ với bán kính của nó.

Câu hỏi 2: Điền vào ô trống:

| | | | | | | |
|--------------|-------------|--------------|-------------------|--------------------|--------------|-------------------|
| Số đo độ | -60° | -240° | | | 3100° | |
| Số đo radian | | | $\frac{-3\pi}{4}$ | $\frac{-16\pi}{3}$ | | $\frac{68\pi}{5}$ |

Câu hỏi 3: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ được đổi sang số đo độ là :

A. 135°

B. 240°

C. 72°

D. 720°