

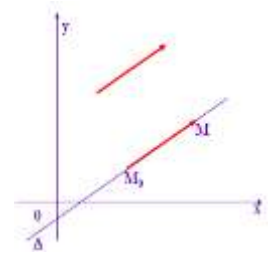
CHƯƠNG III: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Bài 1: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Định nghĩa:

Véc tơ \vec{u} được gọi là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của \vec{u} song song hoặc trùng với Δ



Nhận xét:

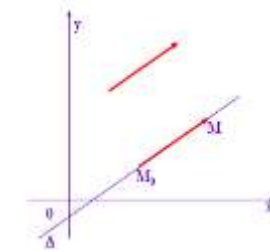
- Nếu \vec{u} là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}$ với $k \neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của Δ . Do đó một đường thẳng có vô số véc tơ chỉ phương.
- Một đường thẳng hoàn toàn xác định biết một điểm và một véc tơ chỉ phương.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

a. Định nghĩa:

Pt đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad \text{với } a^2 + b^2 \neq 0.$$



Ví dụ 1. Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$. Hãy chỉ ra một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Giải: a/ $\vec{u} = (1; 3)$.

Ví dụ 2. Cho hai điểm $A(1; -3)$, $B(2; 3)$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua hai điểm A , B .

Giải:

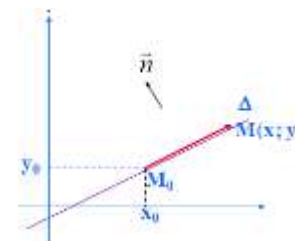
- Đường thẳng đi qua hai điểm A , B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 6)$ làm VTCP
- Đường thẳng đi qua điểm A và nhận làm VTCP có phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$$

3. Vector pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa:

Véc tơ \vec{n} được gọi là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và \vec{n} vuông góc với véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ



4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

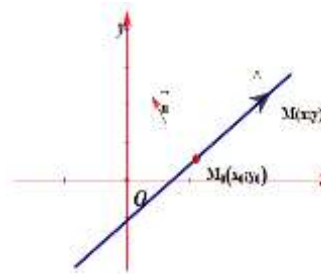
a) Định nghĩa:

Pt đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$

là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \text{ Hay } ax + by + c = 0, \text{ với } a^2 + b^2 \neq 0.$$

Phương trình $ax + by + c = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$ được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.



Nhận xét: Nếu đường thẳng Δ có pt là $ax + by + c = 0$, thì Δ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$ và véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-b; a)$

Ví dụ 2: Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ

a) đi qua điểm $M(1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (2; 5)$ làm vectơ pháp tuyến

b) Đi qua hai điểm $A(3; 2)$ và $B(2; 4)$

Giải:

a) Đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (2; 5)$ làm VTPT có phương trình

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

dạng: $\Leftrightarrow 2(x - 1) + 5(y - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + 5y - 2 - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5y - 12 = 0$$

b) Ta có: $\vec{AB} = (-1; 2)$

Đường thẳng hai điểm $A(3; 2)$ và $B(2; 4)$ nên nhận $\vec{AB} = (-1; 2)$ làm VTCP suy ra VTPT là $\vec{n} = (2; 1)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2)$ và có VTPT $l\vec{n} = (2; 1)$ là:

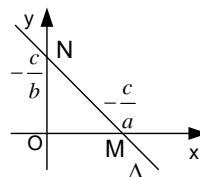
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 3) + 1(y - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 6 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0$$

Nếu Δ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ với a và $b \neq 0$ thì phương trình của đường thẳng Δ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (pt đường thẳng theo đoạn chắn)



Ví dụ 3: Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0; -5)$ và $B(3; 0)$.

Giải:

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0; -5)$ và $B(3; 0)$ là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1 \Leftrightarrow -5x + 3y + 15 = 0$$

5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng. SGK

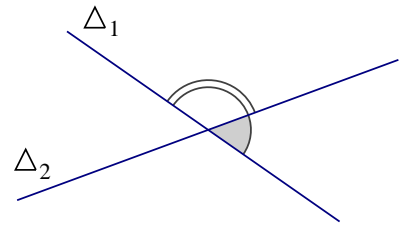
6. Góc giữa hai đường thẳng

- Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tạo thành 4 góc. Góc nhọn trong 4 góc đó đgl góc giữa Δ_1 và Δ_2 . Kí hiệu (Δ_1, Δ_2) .

$$+ \Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 90^0$$

$$+ \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 0^0$$

$$0^0 \leq (\Delta_1, \Delta_2) \leq 90^0$$

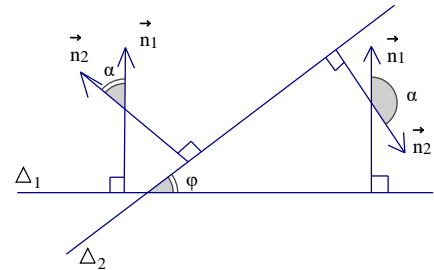


• Cho $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$$\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

Đặt $\varphi = (\Delta_1, \Delta_2)$.

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



Chú ý:

$$\bullet \Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

$$\bullet \Delta_1: y = k_1x + m_1, \Delta_2: y = k_2x + m_2$$

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$$

7. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$.
$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Ví dụ 2: Hãy tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ biết: $M(2; -1)$ và

$$\Delta: 3x - 4y + 1 = 0$$

Giải:
$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{11}{5}$$

❖ LUYỆN TẬP

Bài 1: Lập phương trình tham số (Δ) biết:

a) (Δ) qua $M(2; 4)$ và có VTCP $\vec{u} = (3; 4)$.

b) (Δ) qua 2 điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -2)$.

c) (Δ) qua $A(-1; 3)$ và song song với $d: 2x - 5y + 7 = 0$

Giải:

a) Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 4t \end{cases}$$

b) vector chỉ phương của Δ là $\vec{AB} = (-3; -2)$

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm A và có VTCP $\vec{AB} = (-3; -2)$

là:
$$d: \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2t \end{cases}$$

c) $\Delta // d$ nên VTCP của d cũng là VTCP của Δ

$$\vec{n}_d = (2; -5) \Rightarrow \vec{u}_d = (5; 2) = \vec{u}_\Delta$$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3)$ và có $\vec{u}_\Delta = (5;2)$ là:

$$\Delta: \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$$

Bài 2 : Viết phương trình tổng quát của đường thẳng biết :

a) Đi qua điểm $M(-1,2)$ và có VTPT $\vec{n} = (-3;4)$

b) Đi qua điểm $A(2 ;3)$ và vuông góc với $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$

Giải :

a) Đường thẳng đi qua điểm $M(-1 ; 2)$ và có VTPT $\vec{n} = (-3;4)$ có phương trình dạng :

$$\begin{aligned} a(x-x_0)+b(y-y_0) &= 0 \\ \Leftrightarrow -3(x-(-1))+4(y-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow -3x+4y-3-8 &= 0 \\ \Leftrightarrow -3x+4y-11 &= 0 \end{aligned}$$

b) Đường thẳng $d \perp \Delta$ nên d nhận VTCP $\vec{u}_\Delta = (2;-3)$ của đường thẳng Δ làm VTPT của đường thẳng d

Vậy phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(2 ;3)$ và có VTPT $\vec{n} = \vec{u}_\Delta = (2;-3)$ là :

$$\begin{aligned} a(x-x_0)+b(y-y_0) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(x-2)-3(y+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x-3y-4-9 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x-3y-13 &= 0 \end{aligned}$$

BTVN :

Bài 1 : Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

a) d đi qua hai điểm $A(1; 2), B(2; 1)$

b) d đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng d' có phương trình:

$$d': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Đường thẳng $5x + 6y - 20 = 0$ có VTCP \vec{u} và VTPT \vec{n} có tọa độ là:

A. $\vec{u} = (5;6), \vec{n} = (5;-6)$

B. $\vec{u} = (5;6), \vec{n} = (-6;5)$

C. $\vec{u} = (-5;6), \vec{n} = (6;5)$

D. $\vec{u} = (1;1), \vec{n} = (-6;-5).$

Câu 2: Phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng $x - y + 3 = 0$

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \end{cases}$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm $A(0;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 8 = 0$ bằng

A. 1

B. 2

C. -1

D. 11

Câu 4.(TH) Trong mặt phẳng Oxy, cho 2 điểm A(1 ; -4) , B(3 ; 2). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $3x + y + 1 = 0$

B. $x + 3y + 1 = 0$

C. $3x - y + 4 = 0$

D. $x + y - 1 = 0$

Câu 5: Đường thẳng nào song song với đường thẳng $2x + 3y - 1 = 0$

A. $2x + 3y + 1 = 0$

B. $x - 2y + 5 = 0$

C. $2x - 3y + 3 = 0$

D. $4x - 6y - 2 = 0$