Bài 4: PHƯƠNG SAI – ĐỘ LỆCH CHUẨN

1.Phương sai.

Để tìm độ đo phân tán (so với trung bình cộng) ta tính độ lệch của mỗi số liệu thống kê với số trung bình cộng.

Bình phương các độ lệch và tính trung bình cộng của chúng ta được số S_X^2

Kí hiệu: S_X^2 : gọi là phương sai.

Công thức tính phương sai s^2 và độ lệch chuẩn s

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \qquad \textbf{(3)}$$

Chú ý: Có thể tính phương sai theo hai công thức: (sgk)

$$s^2{}_x = \frac{1}{n}\left[n_1(x_1-\bar{x})^2 + n_2(x_2-\bar{x})^2 + n_k(x_k-\bar{x})^2\right] =$$

$$f_1(x_1-\bar{x})^2 + f_2(x_2-\bar{x})^2 + ... + f_k(x_k-\bar{x})^2$$

+Nếu số liệu được cho dưới bảng phân bố tần số thì phương sai được tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{m} n_i x_i\right)^2 \quad (5)$$

- *Ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn:*

Phương sai và độ lệch chuẩn đo mức độ phân tán các số liệu trong mẫu quanh số trung bình. Phương sai và độ lệch chẩn càng lớn thì độ phân tán càng lớn

2. Độ lệch chuẩn.

- Độ lệch chuẩn $\boxed{s_x = \sqrt{s_x^2}}$

3. Ví dụ áp dụng

VD: Xét bảng số liệu "Tuổi của 169 đoàn viên"

Tuổi	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*Cộng*
Tần số	*10*	*50*	*70*	*29*	*10*	*169*

a) Tính số trung bình cộng.

b) Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

Giải:

a. $\overline{x} = \dfrac{10.18+50.19+70.20+29.21+10.22}{169} \approx 19{,}9$

b. Phương sai

$$S_x^2 = \frac{1}{169}\left[10.\left(18-19{,}9\right)^2 + 50.\left(19-19{,}9\right)^2 + 70.\left(20-19{,}9\right)^2 + 29.\left(21-19.9\right)^2 + 10.\left(22-19.9\right)^2\right]$$

$\approx 0{,}93$

Độ lệch chuẩn: $s_x \approx \sqrt{0{,}93} \approx 0{,}96$

❖ **LUYỆN TẬP**

Bài tập 2 (sgk trang 128)

Giải:

* Dãy số liệu về điểm thi ngữ văn của lớp 10C:

- Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{3.5+7.6+12.7+14.8+3.9+1.10}{40} = 7{,}2$$

- Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{40}\left[3(5-7{,}2)^2 + 7(6-7{,}2)^2\right] + \frac{1}{40}\left[12(7-7{,}2)^2 + 14(8-7{,}2)^2\right] + \frac{1}{40}\left[3(9-7{,}2)^2 + 1(10-1)^2\right]$$

$= 1{,}3$

- Độ lệch chuẩn:

$s_x = \sqrt{s_x^2} = 1{,}13$

* Dãy số liệu về điểm thi ngữ văn của lớp 10D:

- Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{8.6+18.7+10.8+4.9}{40} = 7{,}2$$

- Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{40}\left[8(6-7{,}2)^2 + 18(7-7{,}2)^2 + 10(8-7{,}2)^2 + 4(9-7{,}2)^2\right]$$

$= 0{,}8$

- Độ lệch chuẩn:

$s_x = \sqrt{s_x^2} \approx 0{,}9$

- Bài thi ngữ Văn của lớp 10D đồng đều hơn.

Bài tập 3 (Sgk trang 128)

Giải:

Dãy các số liệu về Khối lượng của nhóm cá mè thứ 1

a) Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{1}{20}\left[4.0,7 + 6.0,9 + 6.1,1 + 4.1,3\right] = 1kg$$

b) Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{20}\left[4(0,7-1)^2 + 6(0,9-1)^2 + 6(1,1-1)^2 + 4(1,3-1)^2\right] = 0,042$$

Dãy các số liệu về Khối lượng của nhóm cá mè thứ 2

a) Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{1}{20}\left[3.0,6 + 4.0,8 + 6.1 + 4.1,2 + 3.1,4\right] = 1kg$$

b) Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{20}\left[3(0,6-1)^2 + 4(0,8-1)^2 + 6(1-1)^2 + 4(1,2-1)^2 + 3(1,4-1)^2\right] = 0,064$$

- Khối lượng của nhóm cá 1 đồng đều hơn.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của song song hoặc trùng với Δ.

Nhận xét. Một đường thẳng có vô số vectơ chỉ phương.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0, y_0)$ và có VTCP $\vec{u}$ = (a; b)

=> phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$

3. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và $\vec{n}$ vuông góc với vectơ chỉ phương của Δ.

Nhận xét.

+) Một đường thẳng có vô số vectơ pháp tuyến.

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Pt đường thẳng Δ qua $M(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$ là:

$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ Hay $ax + by + c = 0,$ với $a^2 + b^2 \neq 0.$

Nhận xét: Nếu đường thẳng Δ có pt là $ax + by + c = 0,$ thì Δ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$ và véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-b; a)$.

5. Phương trình đường tròn có tâm và bán kính cho trước.

Cho đường tròn (c) tâm I (a; b) , bán kính R .Phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ được gọi là

phương trình đường tròn tâm $I(a,b)$ bán kính R.

II. BÀI TẬP

1.Bài tập 1 Lập phương trình tổng quát của đường thẳng **Δ**

a)đi qua điểm M(1;2) và nhận $\vec{n}$=(2;5) làm vectơ pháp tuyến

b)Đi qua hai điểm A(3;2) và B(2;4)

Giải:

a)Đường thẳng đi qua điểm M(1;2) và nhận $\vec{n} = (2; 5)$ làm VTPT có phương trình dạng:

$$\begin{aligned} & a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2(x-1) + 5(y-2) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x + 5y - 2 - 10 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x + 5y - 12 = 0 \end{aligned}$$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 2)$

Đường thẳng hai điểm A(3;2) và B(2;4) nên nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;2)$ làm VTCP suy ra VTPT là $\vec{n}=(2;1)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm A(3;2) và có VTPT $1\vec{n}=(2;1)$ là:

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$$
$$\Leftrightarrow 2(x-3)+1(y-2)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+y-6-2=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+y-8=0$$

Bài 2: Lập phương trình tham số (Δ) biết:

a) (Δ) qua M (2; 4) và có VTCP $\vec{u}=(3;4)$.

b) (Δ) qua 2 điểm A(3; 0) và B(0; –2).

Giải:

a) Phương trình tham số của đường thẳng d là : $d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=4+4t \end{cases}$

b) vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AB}=(-3;-2)$

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm A và có VTCP $\overrightarrow{AB}=(-3;-2)$ là : $d:\begin{cases} x=3-3t \\ y=-4t \end{cases}$

Bài 3: Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a. Có tâm I (-2;3) và đi qua điểm M(2;-3)

b. Có tâm I(-1;2) và tiếp xúc với đường thẳng 2x – 2y+ 7 = 0

Giải:

a. Ta có: $\overrightarrow{IM}=(4;-6)$

$$R=\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{16+36}\sqrt{52}$$

Ptđt: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2=52$

b. Ta có: $R=d(I,\Delta)=\dfrac{|-1-4+7|}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Ptđt: $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$

❖ **BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

Lập PTTS và PTTQ của đường thẳng d biết.

a) d qua M(2,1) có VTCP $\vec{u}=(3,4)$

b) d qua M(-2,3) có VTCP $\vec{n}=(5,1)$

c) d qua A(3,5) B(6,2).