

## LUYỆN TẬP TÍCH PHÂN

### **Dạng 1:** Áp dụng ĐN, tính chất, bảng nguyên hàm để tính tích phân

#### **Bài 1:** Tính các tích phân sau

$$\text{a) } \int_0^1 (x^3 - 1)dx \qquad \text{b) } \int_0^1 (e^x + 2)dx \qquad \text{c) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - 3\sin x)dx$$

**Giải:**

$$\text{a) } \int_0^1 (x^3 - 1)dx = \int_0^1 (x^3 - 1)dx = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 1 dx = \left(\frac{x^4}{4} - x\right)\Big|_0^1 = \frac{-3}{4}$$

$$\text{b) } \int_0^1 (e^x + 2)dx = (e^x + 2x)\Big|_0^1 = e + 2 - 1 = e + 1$$

$$\text{c) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - 3\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - 3\sin x)dx = (\sin x + 3\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -2$$

#### **Bài 2:** Tính các tích phân sau

$$\text{a. } \int_0^2 |1-x|dx \qquad \text{b. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \qquad \text{c) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} dx$$

**Giải:**

$$\text{a. } \int_0^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx = \left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_1^2 = 1$$

$$\text{b. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x)dx = \frac{1}{2} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{c) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{x+1}\right)dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln(x+1)\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{8} + \ln \frac{3}{2}$$

**Bài 3:** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 5$  và  $\int_1^2 f(x)dx = 2$  thì  $\int_0^1 f(x)dx$  bằng

**Giải:**

Áp dụng **tính chất 6**:  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ , ( $a < c < b$ ) ta được:

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$$

Vậy  $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = 5 - 2 = 3$

**Dạng 2: Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số**

**Bài 1:** Tính các tích phân sau

a)  $\int_0^1 \frac{e^x(1+x)}{1+xe^x} dx$                       b)  $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$                       c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

**Giải:**

a)  $\int_0^1 \frac{e^x(1+x)}{1+xe^x} dx$

Đặt  $u = 1 + xe^x \Rightarrow du = e^x(1+x)dx$

Đổi cận:

x	0	1
u	1	1+e

Khi đó:  $\int_0^1 \frac{e^x(1+x)}{1+xe^x} dx = \int_1^{1+e} \frac{du}{u} = \ln u \Big|_1^{1+e} = \ln(1+e)$

b) Đặt  $x = asint \Rightarrow dx = acostdt$

Đổi cận:

x	0	$\frac{a}{2}$
t	0	$\frac{\pi}{6}$

Khi đó :  $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{acostdt}{acost} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt = \frac{\pi}{3}$

c) Đặt  $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
u	1	0

$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx = -\int_1^0 \frac{du}{u^5} = \int_0^1 u^{-5} du = -\frac{u^{-4}}{4} \Big|_0^1 = -\frac{1}{4}$

**Dạng 3: Tính tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần**

**Bài 1:** Tính các tích phân sau:

a)  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x \cdot dx$                       b)  $\int_0^1 x \cdot e^x dx$                       c)  $\int_1^e x \cdot \ln x \cdot dx$

**Giải:**

$$a/ I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x \cdot dx \quad \text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } I = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$b/ \int_0^1 x \cdot e^x \cdot dx \quad \text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } \int_0^1 x \cdot e^x \cdot dx = x \cdot e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x \cdot dx = e - e^x \Big|_0^1 = e - (e - 1) = 1$$

$$c/ J = \int_1^e x \cdot \ln x \cdot dx \quad \text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \cdot dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } J = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x \cdot dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$$

**❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Giá trị của  $\int_1^3 (x^3 - 3x^2 + 1) dx$  bằng ?

- A. -2                                      B. -3                                      C. -4                                      D. -6

**Câu 2.** Giá trị của  $\int_0^1 (\frac{7+6x}{3x+2}) dx$  bằng ?

- A.  $\ln \frac{5}{2}$                                       B.  $2 + \ln \frac{5}{2}$                                       C.  $\frac{1}{2} - \ln \frac{5}{2}$                                       D.  $3 + 2 \ln \frac{5}{2}$

**Câu 3.** Tính tích phân  $\int_0^1 (y^3 + 3y^2 - 2) dy$

- A.  $\frac{4}{3}$                                       B.  $-\frac{4}{3}$                                       C.  $\frac{3}{4}$                                       D.  $-\frac{3}{4}$

**Câu 4.** Cho  $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$  và  $u=x^2-1$ . Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A.  $\int_0^3 \sqrt{u} du$                                       B.  $\int_1^2 \sqrt{u} du$                                       C.  $\frac{2}{3} u \Big|_0^3$                                       D.  $\frac{2}{3} \sqrt{27}$

**Câu 5.** Giá trị của  $\int_1^e \frac{\ln x + 1}{x} dx$  là

- A.  $\frac{e}{2}$                                       B.  $\frac{3}{2}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{e^2 + e}{2}$

**Câu 6:** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$ .

A.  $I = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $I = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 7:** Tính tích phân sau:  $I = \int_1^2 |x-1| dx$ ? bằng:

A .0.5                      B . 6                      C . 11                      D . 3

**Câu 8:** Tính tích phân  $I = \int_0^1 (2x+1)^3 dx$  bằng?

A  $\frac{9}{2}$                       B .10                      C .9                      D . 27

**Câu 9 :** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 xe^{2x} dx$  bằng:

A.  $\frac{e^2+1}{4}$                       B.  $e^2$                       C.  $\frac{e^2-1}{4}$                       D.  $\frac{e^2-1}{2}$

**Câu 10 :** Cho  $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$ . Khi đó

A . e                      B.  $\frac{2}{\ln 2}$                       C.  $\ln 2$                       D.  $3 - \ln 2$

**Câu 11:** Tính:  $I = \int_1^e \ln x dx$

A.  $I = 1$                       B.  $I = e$                       C.  $I = e - 1$                       D.  $I = 1 - e$

**Câu 12:** Tính:  $L = \int_0^\pi e^x \cos x dx$

A.  $L = e^\pi + 1$                       B.  $L = -e^\pi - 1$                       C.  $L = \frac{1}{2}(e^\pi - 1)$                       D.  $L = -\frac{1}{2}(e^\pi + 1)$

**Câu 13:** Tính tích phân sau:  $\int_{-2}^0 (x - e^{-x}) dx$

A.  $1 - e^2$                       B.  $-1 + e^2$                       C.  $1 + e^2$                       D.  $-1 - e^2$

**Câu 14:**  $\int_{10}^{12} \frac{2x+1}{x^2+x-2} dx$  bằng:

A .  $\ln \frac{108}{15}$                       B .  $\ln 77 - \ln 54$                       C .  $\ln 58 - \ln 42$                       D .  $\ln \frac{155}{12}$

❖ Các bạn cần giải chi tiết từng câu và chọn đáp án