

## ÔN TẬP CHƯƠNG III

**Bài 3:(sgk/126):** Tìm nguyên hàm của các hàm số:

a)  $f(x) = (x-1)(1-2x)(1-3x)$       b)  $f(x) = \sin 4x \cdot \cos^2 2x$       c)  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$       d)  $f(x) = (e^x - 1)^3$

**Giải:**

a.  $\int (x-1)(1-2x)(1-3x)dx = \frac{3}{2}x^4 - \frac{11}{3}x^3 + 3x^2 - x + C$

b.  $\int \sin 4x \cos^2 2x dx = \int \sin 4x \left(\frac{1+\cos 4x}{2}\right) dx = -\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{32}\cos 8x + C$

c.  $\int \frac{1}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+x} dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{1-x} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$

d.  $\int (e^x - 1)^3 dx = \int (e^{3x} - 3e^{2x} + 3e^x - 1) dx = \frac{e^{3x}}{3} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x + C$

**Bài 4(sgk/127):** Tìm nguyên hàm của các hàm số:

c)  $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx$       d)  $\int \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} dx$

**Giải:**

c.  $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx = \int (e^{2x} - e^x + 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$

d.  $\int \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\cos^2(x - \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{2} \tan(x - \frac{\pi}{4}) + C$

**Bài 6(sgk/126):** Tính

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cdot \sin^2 x dx$       b)  $\int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$       g)  $\int_0^{\pi} (x + \sin x)^2 dx$

**Giải:**

Ta có :  $\cos 2x \sin^2 2x = \cos 2x \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^2 2x}{2} = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x + 1}{4}$

$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cdot \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x + 1}{4} \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{4} \right) dx$

$= \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \sin 4x - \frac{1}{4} x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi}{8}$

b)  $\int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \int_{-1}^0 |2^x - 2^{-x}| dx + \int_0^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \int_{-1}^0 (2^{-x} - 2^x) dx + \int_0^1 (2^x - 2^{-x}) dx$

$= \left( \frac{-2^{-x}}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln 2} \right) \Big|_{-1}^0 + \left( \frac{2^{-x}}{\ln 2} + \frac{2^x}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 = \left( \frac{-2}{\ln 2} + \frac{5}{2\ln 2} \right) + \left( \frac{5}{2\ln 2} + \frac{-2}{\ln 2} \right) = \frac{1}{\ln 2}$

$$\begin{aligned} \text{g) } \int_0^{\pi} (x + \sin x)^2 dx &= \int_0^{\pi} (x^2 + 2x \cdot \sin x + \sin^2 x) dx = \int_0^{\pi} x^2 dx + 2 \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx + \int_0^{\pi} \sin^2 x dx \\ &= I + 2J + K \end{aligned}$$

$$\text{Tính } I = \int_0^{\pi} x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^3}{3}$$

$$\text{Tính } J = \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } J = x \cdot (-\cos x) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} (-\cos x) dx = \pi + \sin x \Big|_0^{\pi} = \pi$$

$$\text{Tính } K = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Do đó: } \int_0^{\pi} (x + \sin x)^2 dx = \frac{\pi^3}{3} + 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^3}{3} + \frac{5\pi}{2}$$

**Bài 7 tr 127:** Xét hình phẳng giới hạn bởi:  $y = 2\sqrt{1-x^2}$ ,  $y = 2(1-x)$ . Tính diện tích hình phẳng.

**Giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$2\sqrt{1-x^2} = 2(1-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ 1-x^2 = (1-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ 2x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng: } S = 2 \int_0^1 |\sqrt{1-x^2} - (1-x)| dx = 2 \left[ \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx - \int_0^1 (1-x) dx \right]$$

$$\text{Tính } \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\text{Đặt } x = \sin t \Rightarrow dx = dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos^2 t} \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \cdot dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{2} \left[ t + \frac{1}{2} \sin 2t \right] \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

Tính  $\int_0^1 (1-x)dx = \left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$

Vậy  $S = S = 2 \int_0^1 |\sqrt{1-x^2} - (1-x)| dx = 2 \left[ \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx - \int_0^1 (1-x) dx \right] = 2 \left[ \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right] = \frac{\pi}{2} - 1$

❖ **Bài tập trắc nghiệm**

**Chọn đáp án đúng:**

**Câu 1:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 5x$

A.  $\int \cos 5x dx = 5 \sin 5x + C$

B.  $\int \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 5x + C$

C.  $\int \cos 5x dx = -5 \sin 5x + C$

D.  $\int \cos 5x dx = -\frac{1}{5} \sin 5x + C$

**Câu 2:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{6x-3}$

A.  $\int \frac{dx}{6x-3} = \frac{1}{6} \ln|6x-3| + C$

B.  $\int \frac{dx}{6x-3} = -\frac{1}{6} \ln|6x-3| + C$

C.  $\int \frac{dx}{6x-3} = 6 \ln|6x-3| + C$

D.  $\int \frac{dx}{6x-3} = \ln|6x-3| + C$

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5x^3 - 5x + \frac{1}{x}$  là:

A.  $\frac{5x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} + \ln|x| + C$

B.  $\frac{5x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$

C.  $x^5 - 5x^2 + \ln|x| + C$

D.  $\frac{5x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} - \ln|x| + C$

**Câu 4:** Tìm  $\int \frac{1+\ln x}{x} dx = ?$

A.  $\frac{1}{2}(1+\ln^2 x) + C$

B.  $(1+\ln x)^2 + C$

C.  $\frac{1}{2}(1+\ln x)^2 + C$

D.  $\frac{1}{2} + \ln^2 x + C$

**Câu 5:** Tìm  $\int (3x-6)^3 dx = ?$

A.  $\frac{3}{4}(3x-6)^4 + C$

B.  $\frac{(3x-6)^4}{4} + C$

C.  $\frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-6)^4}{4} + C$

D.  $\frac{1}{4}(3x-6)^4$

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = x \ln x$ . Một nguyên hàm của  $f(x)$  là :

A.  $F(x) = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - 3)$

B.  $F(x) = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1)$

C.  $F(x) = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - x)$

D.  $F(x) = \frac{x^2}{4} 2 \ln x - 1$

**Câu 7:**  $\int e^{1-3x} dx$  bằng:

A.  $\frac{3}{e^{1-3x}} + C$

B.  $\frac{e^{1-3x}}{3} + C$

C.  $\frac{-3e}{e^{3x}} + C$

D.  $\frac{-1e^{1-3x}}{3}$

**Câu 8:** Tính:  $L = \int_0^\pi e^x \cos x dx$

A.  $L = e^\pi + 1$

B.  $L = -e^\pi - 1$

C.  $L = \frac{1}{2}(e^\pi - 1)$

D.  $L = -\frac{1}{2}(e^\pi + 1)$

**Câu 9.** Tích phân  $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3)dx$  bằng

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{7}{3}$                       D.  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 10.** Tích phân  $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$  bằng

- A.  $\ln 2$                       B.  $\ln 3$                       C.  $1 - \ln 2$                       D.  $1 - \ln 3$ .

**Câu 11.** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$  bằng

- A. 0                      B. 1                      C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\pi$

**Câu 12.** Cho  $\int_1^5 f(x)dx = 2, \int_2^5 f(x)dx = -5$ . Tìm  $J = \int_1^2 f(x)dx$ .

- A.  $J = -7$ .                      B.  $J = 7$ .                      C.  $J = 0$ .                      D.  $J = 2$ .

**Câu 13.** Tìm tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1) \cos x dx$ .

- A.  $\pi - 3$                       B.  $\pi + 3$                       C.  $2\pi - 3$                       D.  $2\pi - 3$ .

**Câu 14.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x.e^{-x} dx$ .

- A. 1.                      B.  $1 - \frac{2}{e}$ .                      C.  $\frac{2}{e}$ .                      D.  $2e - 1$ .

**Câu 15.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^2$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$  và  $y = 0$ .

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{8}{3}$                       C.  $\frac{7}{3}$                       D. 1

**Câu 16:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  và  $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$  là

- A.  $\frac{37}{13}$                       B.  $\frac{37}{12}$                       C. 3                      D. 4

**Câu 17:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 1, x = 4$  quanh trục  $ox$  là:

- A.  $6\pi$                       B.  $6\pi$                       C.  $12\pi$                       D.  $6\pi$

**Câu 18:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{3}$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$                       B.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$                       C.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$                       D.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$