ÔN TẬP CHƯƠNG V

I. Ôn tập công thức tìm đạo hàm và đạo hàm các hàm số lượng giác.

1. Đạo hàm của các hàm số thường gặp : (u = u(x))

• $(C)' = 0$ (C là hằng số) • $(x)' = 1$ • $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(n \geq 2\ ; n \in N)$ • $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ với $x \neq 0$ • $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ với (x > 0)	• $(u^n)' = nu^{n-1}u'$ • $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ với $x \neq 0$ • $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ với (x > 0)

2. Đạo hàm của các hàm sốlượng giác : (u = u(x))

• $(\sin x)' = \cos x$ • $(\cos x)' = -\sin x$ • $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ • $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	• $(\sin u)' = \cos u.u'$ • $(\cos u)' = -\sin u.\ u'$ • $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ • $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

II. Ôn luyện bài tập về công thức tính đạo hàm của các hàm số :

1. Tính đạo hàm của các hàm số sau :

a. $y = \frac{x^4}{4} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + 1 \quad KQ: y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$

b. $y = \frac{x^2 + 3x - a^2}{x - 1} \quad KQ: y' = \frac{x^2 - 2x + a^2 - 3}{(x-1)^2}$

c. $y = \left(2 - x^2\right)\cos x + 2x\sin x \quad KQ: y' = x^2 \sin x$

d. $y = \tan^2 x + \tan x^2 \quad KQ: y' = 2\left(\frac{\sin x}{\cos^3 x} + \frac{x}{\cos^2 x^2}\right)$

Bài tập 2 SGK trang 176

<u>Giải</u> :

a. $y' = 2(\frac{\sin x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x}\cos x) - (\frac{-\sin x.x - \cos x}{x^2}) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}\cos x + \frac{\sin x}{x} + \frac{\cos x}{x^2}$

b. $y' = \frac{-3\sin x.(2x+1) - 6\cos x}{(2x+1)^2} = \frac{-3\sin x.(2x+1) - 6\cos x}{(2x+1)^2}$

c. $y' = \frac{(-2t - 2\sin t)\sin t - \cos t.(t^2 + 2\cos t)}{\sin^2 t} = \frac{-2t\sin t - 2\sin^2 t - t^2\cos t - 2\cos^2 t}{\sin^2 t}$

$= \frac{-2t\sin t - t^2\cos t - 2}{\sin^2 t}$

e. $y'=\dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}(\sin x+2)-\sin x}{(\sin x+2)^2}=\dfrac{(\sin x+2)-\sin x.\cos^2 x}{\cos^2 x(\sin x+2)^2}$

Bài tập 5 SGK trang 176

Giải :

Ta có :

$f'(x)=3-\dfrac{60}{x^2}+\dfrac{192}{x^4}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3-\dfrac{60}{x^2}+\dfrac{192}{x^4}=0 \Leftrightarrow x^4-20x^2+64=0$

Đặt $x^2=t, t\ge 0$ phương trình trở thành : $t^2-20t+64=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=16 \\ t=4 \end{array}\right.$

Với $t=16 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm 4$

$t=4 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$

Bài tập 7 SGK trang 176.

Giải:

a. Ta có $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$, $y'(2)=-2$

Phương trình tiếp tuyến của hypebol tại điểm $A(2;3)$ là: $y=-2(x-2)+3 \Leftrightarrow y=-2x+7$

b. Ta có $x_0=-1 \Rightarrow y_0=2$

$y'=3x^2+8x$, $y'(-1)=-5$

Phương trình tiếp tuyến của đường cong tại điểm $x_0=-1$ là: $y=-5(x+1)+2 \Leftrightarrow y=-5x-3$

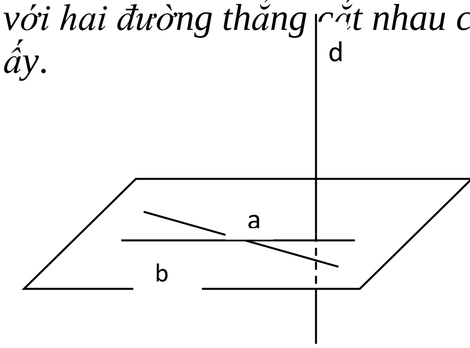
ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. Kiến thức cần nắm

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Định lí: *nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.*

$$\begin{cases} d \perp a \\ a \subset (\alpha) \\ d \perp b \quad \Rightarrow d \perp (\alpha) \\ b \subset (\alpha) \\ a \text{ cat b} \end{cases}$$

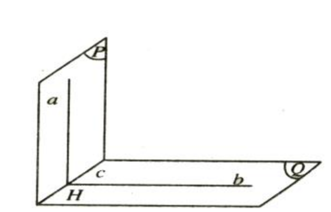


2. Hai mặt phẳng vuông góc

Điều kiện để 2 mặt phẳng vuông góc .

Định lí 1

$$\left.\begin{matrix} a \subset (\mathrm{P}) \\ a \perp (Q) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\mathrm{P}) \perp (Q)$$



Hình 112

Hệ quả 1 : $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = \Delta \\ a \subset (\alpha) \\ a \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow a \perp (\beta)$

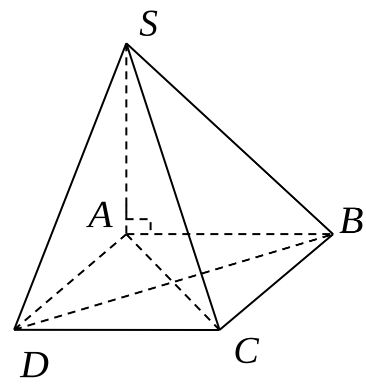
Hệ quả 2: $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ M \in (\alpha) \\ M \in a \\ a \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \subset (\alpha)$ Với $(\alpha) \perp (\beta)$.

Định lí 2: $\begin{cases} (\alpha) \cap (\beta) = d \\ (\alpha) \perp (\gamma), (\beta) \perp (\gamma) \end{cases} \Rightarrow d \perp (\gamma)$

II. Bài tập

Bài 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, SA $\perp$ (ABCD). Chứng minh rằng:

a) (SAC) $\perp$ (ABCD).



b) (SAC) $\perp$ (SBD).

Giải:

a) $\left.\begin{array}{l} SA \subset (SAC) \\ SA \perp (ABCD) \end{array}\right\} \Rightarrow$ (SAC) $\perp$ (ABCD)

b) Ta có: $AC \perp DB$

(Vì ABCD là hình vuông nên 2 đường chéo vuông góc)

và $SA \perp DB$ nên $DB \perp (SAC)$ (1)

$DB \subset (SBD)$ (2)

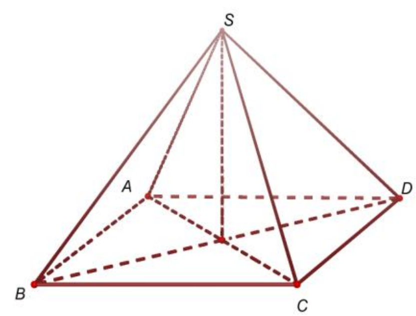
Từ (1) , (2) suy ra (SAC) $\perp$ (SBD).

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoibvaf có SA=SB=SC=SD. Gọi O là giao điểm của của AC và BC. Chứng minh rằng

a. SO $\perp$ (ABCD)

b. $AC \perp (SBD)$ và $BD \perp (SAC)$

<u>**Giải**</u>



a). Ta có $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

b). Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$

Ta có $\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Bài 3: Cho hình chops S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a,

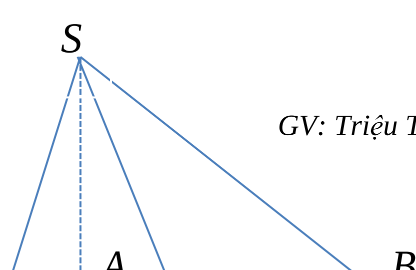
$SA \perp (ABCD), SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

a.Chứng minh $BC \perp (SAB)$

b. Chứng minh ΔSCD vuông

c. . tính góc giữa Sc và mặt phẳng đáy

Giải



a.Ta có :

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

b) Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CA \perp SA (SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

Mà $SD \subset (SAD)$ nên $CD \perp SD$

Vậy ΔSCD vuông

c)Vì Ac là hình chiếu của SC lên (ABCD) nê góc giữa SC và mp(ABCD) chính là góc $\angle SAC$

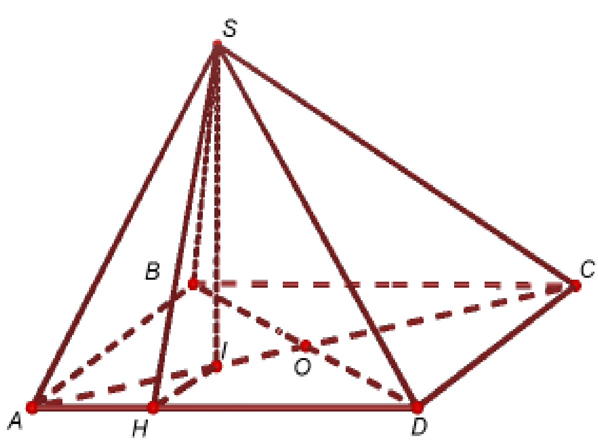
Đặt $\angle SAC$ =α

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

Trong ΔSAC vuông tại A ta có: $\tan\alpha = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^0$

Bài 7 SGK trang 122

Giải:



a) Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mp(ABCD), vì SA = SB = SC nên I trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Gọi H là trung điểm của AD, khi đó $I = AO \cap IH$

Tam giác ΔAOD đồng dạng với tam giác AHI nên $\frac{AI}{AD} = \frac{AH}{AO} \Rightarrow AI = \frac{a.\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác SIA vuông tại I nên $SI^2 = SA^2 - AI^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3} = \frac{5a^2}{12}$

$\Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{15}}{6}$

+) SC = $\frac{a\sqrt{7}}{2}$

b)Ta có $SI \perp (ABCD)$ mà $SI \in (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$

c) Vì $SB^2 + BC^2 = SC^2$ $\Rightarrow SB \perp BC$

d) $\tan\varphi = \frac{SH}{HO} = \sqrt{5}$

❖ **Bài tập tự luyện**

Bài 1: Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD và $BAC = BAD = 60^0$. Chứng minh rằng:

a. $AB \perp CD$;

b. Nếu M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì $MN \perp AB$ và $MN \perp CD$.

Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA $\perp$ (ABCD), SA = a

a) CMR: (SAB) $\perp$(ABCD), (SAB) $\perp$ (SAD), (SAC) $\perp$ (SBD)
b) Tính góc giữa các cặp mặt phẳng (SCD) và (SAD).