SỞ GD&ĐT BẮC GIANG

TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THÁNG 4 NĂM 2021

BÀI THI MÔN TOÁN - LỚP 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 05 trang

MÃ ĐỀ THI: 132

Họ và tên thí sinh: . . . . Số báo danh: . . . .

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\lg\frac{5a}{2}+\lg\frac{4}{a}$ bằng :

A. 1. **B.** 10. **C.** $\lg\frac{5a}{2}.\lg\frac{4}{a}$. **D.** $\ln 10$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a, x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=4x+1$ là

A. $2x^2-x+C$. **B.** $2x^2-1+C$. **C.** $2x^2-x$. **D.** $2x^2+x+C$.

Câu 4: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trong khoảng nào?

A. $\left(-4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 5: Cho mặt cầu tâm I bán kính R có phương trình $x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0$. Trong các mệnh đề sau tìm mềnh đề đúng ?

A. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right), R=\frac{1}{4}$. **B.** $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right), R=\frac{1}{2}$.

C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right), R=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right), R=\frac{1}{2}$.

Câu 6: Cho tập S gồm 15 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Từ 15 điểm thuộc tập S xác định được bao nhiêu tam giác từ 15 điểm đã cho.

A. C_{15}^3. **B.** A_{15}^3. **C.** P_{15} **D.** A_{15}^{12}.

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $z\left(1+2i\right)=5i$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Phần thực của z bằng 2. **B.** $\left|z\right|=\sqrt{3}$.

C. Số phức nghịch đảo của z là $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$. **D.** Phần ảo của z bằng 1.

Câu 8: Cho phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^{x}+\left(\sqrt{2}+1\right)^{x}-2\sqrt{2}=0$. Khi đặt $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^{x}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $t^{2}-2\sqrt{2}t+1=0$. **B.** $t^{2}+t-2\sqrt{2}=0$. **C.** $t+\frac{1}{t}+2\sqrt{2}=0$. **D.** $t+\frac{1}{t}=0$.

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ là:

A. $\{2\}$. **B.** $\{0;2\}$. **C.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\{\pm 2\}$.

Câu 10: Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

A. $l=h$. **B.** $h=R$. **C.** $R^2=h^2+l^2$. **D.** $l^2=h^2+R^2$.

Câu 11: Cho $\left(\sqrt{2}-1\right)^{m}<\left(\sqrt{2}-1\right)^{n}$. Khi đó

A. $m>n$. **B.** $m=0$. **C.** $m=n$. **D.** $m<n$.

Câu 12: Một quần thể vi khuẩn bắt đầu từ 100 cá thể và cứ su 3 giờ thì số cá thể lại tăng gấp đôi. Bởi vậy số cá thể vi khuẩn được biểu thị theo thời gian t (đơn vị: giờ) bằng công thức $N(t)=100.2^{\frac{t}{3}}$. Hỏi sau bao lâu thì quần thể này đạt tới 50000 cá thể (làm tròn đến hàng phần mười)?

A. $36,8$ giờ. **B.** $30,2$ giờ. **C.** $26,9$ giờ. **D.** $18,6$ giờ.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

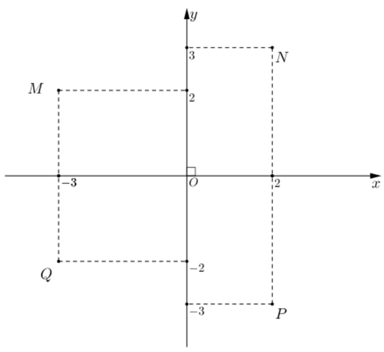
Hàm số đồng biến trên tập

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 14: Đặt $I=\int_{0}^{5}(2ax+1)$, a là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để $I<0$

A. $a<\frac{-1}{5}$. **B.** $a>\frac{-1}{5}$. **C.** $a>-5$. **D.** $a<5$.

Câu 15: Điểm nào trong hinhg vẽ dưới đây là điểm biểu diễn cho số phức liên hợp của số phức $z=3i+2$



A. Q. **B.** N. **C.** P. **D.** M.

Câu 16: Cho cấp số cộng có $u_5 = -15, u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. -200. **B.** 200. **C.** 250. **D.** -150.

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ là

A. $m = \frac{1}{3}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -1$.

Câu 18: Nếu $f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^2(x+2)$ thì $f(x)$

A. Có duy nhất một cực tiểu $x = -2$.

B. Đạt cực tiểu tại $x = -2, x = 0$,đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Đạt cực đại tại $x = -2, x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Không có cực trị.

Câu 19: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z = 2a - i\left(a \in \mathbb{R}\right)$ là.

A. Trục hoành. **B.** Đường thẳng $y = -1$.

C. Đường thẳng $x = 2$. **D.** Trục tung.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = x^4 + 6x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNP$ và $S.ABC$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Câu 22: Cho số phức $z = \frac{3+i}{x+i}, (x \in R)$. Tổng phần thực và phần ảo z của là

A. $\frac{2x+6}{x^2+1}$. **B.** $\frac{4x+2}{2}$. **C.** $\frac{2x-4}{2}$. **D.** $\frac{4x-2}{x^2+1}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1			3		$+\infty$
y'		$+$	||		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2 || $+\infty$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 4 = 0$

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24: Tính bán kính mặt cầu tâm $I(3;-5;-2)$ và tiếp xúc $(P): 2x - y - 3z + 11 = 0$ là:

A. 14. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 28 . **D.** $2\sqrt{14}$.

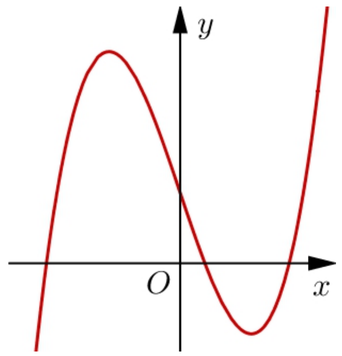
Câu 25: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4;4]$.

A. $M = 40; m = 30$. **B.** $M = 20; m = -2$. **C.** $M = 40; m = -41$. **D.** $M = 10; m = -11$.

Câu 26: Tập các số phức z có phần ảo âm, thỏa mãn $(z^2+4)(z^2 - z + 1) = 0$ là

A. $\left\{\pm 2i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. **B.** $\{2i\}$. **C.** $\left\{-2i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. **D.** $\left\{-2i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Câu 27: Đường cong sau đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=f\left(x\right)=-x^3+3x+1$.
B. $y=f\left(x\right)=-x^3+3x-1$.
C. $y=f\left(x\right)=x^3-3x-1$.
D. $y=f\left(x\right)=x^3-3x+1$.

Câu 28: Trong không gian cho ba điểm $A\left(6;0;0\right), B\left(0;-2;0\right), C\left(0;0;-4\right)$, đường thẳng chứa trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình

A. $\begin{cases} x=-6t \\ y=-1+t \\ z=-2+2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=6t \\ y=-1+t \\ z=-2+2t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=6t \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=6t \\ y=-1-t \\ z=-2+2t \end{cases}$.

Câu 29: Trên hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x+y+z=2$ và mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2=2$. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ thuộc giao tuyến giữa $\left(P\right)$ và $\left(S\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min b \in \left[1;2\right]$.
B. $\max a = \min b$.
C. $\min c \in \left(-1;1\right)$.
D. $\max c \in \left[\sqrt{2};2\right]$.

Câu 30: Tính thể tích của phần vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le 2\right)$ là một nửa hình tròn bán kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V=8\pi$.
B. $V=4\pi$.
C. $V=32\pi$.
D. $V=16\pi$.

Câu 31: Mặt cầu tâm $I\left(1;0;4\right)$ tiếp xúc với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\dfrac{10}{3}}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\dfrac{12}{\sqrt{6}}$.
D. $\sqrt{12}$.

Câu 32: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left(-\infty;0\right)$.
B. $\left(-1;1\right)$.
C. $\left(-\infty;-1\right]$.
D. $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 33: Cho mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2y+z=0$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. $\left(\alpha\right)//Oy$.
B. $\left(\alpha\right)//Ox$.
C. $\left(\alpha\right)//\left(Oyz\right)$.
D. $\left(\alpha\right)$ chứa trục Ox.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$, $BB'=a$. I là trung điểm của đoạn CC'. Tính cosin góc giữa $\left(ABC\right)$ và $\left(AB'I\right)$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\sqrt{\dfrac{3}{10}}$.
D. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$. Thể tích của khối nón là

A. πa^3. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 36: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1}-C_n^3=0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x}\right)^n, x\neq 0$.

A. $-\dfrac{35}{16}$. **B.** $-\dfrac{35}{16}x^5$. **C.** $-\dfrac{35}{2}x^5$. **D.** $\dfrac{35}{16}$.

Câu 37: Phương trình tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ là

A. $y=1$. **B.** $y=-4x-2$. **C.** $y=4x+23$. **D.** $y=-4x+2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+6}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc và cắt d là

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-mx-10$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m<-4$. **B.** $m>-4$. **C.** $m\leq -4$. **D.** $m\geq -4$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và đáy bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa AC và SB theo a

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 41: Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Tam giác ABD là tam giác đều. **B.** Bốn điểm A,B,C,D tạo thành tứ diện.

C. AB vuông góc với CD. **D.** Tam giác BCD là tam giác vuông.

Câu 42: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|f(2\sin x+1)+m\right|$ không vượt quá 10 ?

A. 45. **B.** 43. **C.** 30. **D.** 41.

Câu 44: Số nghiệm nguyên của bất phương trình sau $\log_{\sqrt{3}}(x+1)-\log_{\sqrt{3}}(x-1)\geq \log_3 4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 45: Cho $|6z_1-i|=|6z_2-i|=|2+3i|$; $|z_1-z_2|=\dfrac{1}{3}$. Tính $\left|z_1+z_2-\dfrac{1}{3}i\right|$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: Cho $\int_1^e \frac{(x^3+1)\ln x + 2021x^2+1}{2021+x\ln x}dx = \frac{e^a+b}{3} + \ln\frac{c+2021}{2021} (a;b;c \in \mathbb{R})$. Khi đó

A. $a+b>c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $b+c>a$. **D.** $c-b>a$.

Câu 47: Cho hình lập phương $A'B'C'D'.ABCD$ có thể tích V . Gọi V_1 la thể tích khối bát diện đều mà đỉnh là tâm của các mặt của hình lập phương đã cho. Tính $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}$. **B.** $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V} = \frac{\sqrt{2}}{9}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=14$, $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{2187}{20}$ và $\int_0^3 xf(x)dx = \frac{531}{20}$. Giá trị của $\int_0^3 [f(x)-1]\,dx$ bằng

A. $\frac{729}{5}$. **B.** $\frac{93}{8}$. **C.** $\frac{531}{4}$. **D.** $\frac{69}{8}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc 60^0 và 45^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 50: Xét các số thực dương x, y thoả mãn $(x-2)(y+1) = \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+3x$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất , $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.B	5.B	6.A	7.B	8.A	9.A	10.D
11.A	12.C	13.C	14.A	15.C	16.C	17.D	18.A	19.B	20.A
21.C	22.D	23.B	24.D	25.C	26.D	27.D	28.C	29.C	30.D
31.A	32.C	33.D	34.C	35.D	36.A	37.A	38.D	39.C	40.C
41.D	42.D	43.D	44.D	45.D	46.D	47.A	48.D	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\lg\frac{5a}{2}+\lg\frac{4}{a}$ bằng :

A. 1. **B.** 10. **C.** $\lg\frac{5a}{2}.\lg\frac{4}{a}$. **D.** $\ln 10$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lg\frac{5a}{2}+\lg\frac{4}{a}=\lg\left(\frac{5a}{2}.\frac{4}{a}\right)=\lg 10=1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a,x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=4x+1$ là

A. $2x^2-x+C$. **B.** $2x^2-1+C$. **C.** $2x^2-x$. **D.** $2x^2+x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(2x^2+x+C\right)'=4x+1$ nên chọn phương án **D**.

Câu 4: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho mặt cầu tâm I bán kính R có phương trình $x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0$. Trong các mệnh đề sau tìm mềnh đề đúng ?

A. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right), R=\frac{1}{4}$.
B. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right), R=\frac{1}{2}$.
C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right), R=\frac{1}{\sqrt{2}}$.
D. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right), R=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2=\frac{1}{4} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2};-1;0\right), R=\frac{1}{2}$$

Câu 6: Cho tập S gồm 15 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Từ 15 điểm thuộc tập S xác định được bao nhiêu tam giác từ 15 điểm đã cho.

A. C_{15}^3. **B.** A_{15}^3. **C.** P_{15} **D.** A_{15}^{12}.

Lời giải

Chọn A

Số tam giác là số tổ hợp chập 3 của 15 là C_{15}^3.

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i)=5i$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Phần thực của z bằng 2.
B. $|z|=\sqrt{3}$.
C. Số phức nghịch đảo của z là $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$.
D. Phần ảo của z bằng 1.

Lời giải

Chọn B

Có $z(1+2i)=5i$

$$\Leftrightarrow z=\frac{5i}{1+2i}=\frac{5i.(1-2i)}{(1+2i).(1-2i)}=\frac{5i-10i^2}{1-4i^2}=\frac{5i-10.(-1)}{1-4(-1)}=\frac{5i+2}{5}=2+i$$

$$|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$$

Câu 8: Cho phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$. Khi đặt $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $t^2-2\sqrt{2}t+1=0$. **B.** $t^2+t-2\sqrt{2}=0$. **C.** $t+\frac{1}{t}+2\sqrt{2}=0$. **D.** $t+\frac{1}{t}=0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^x \Rightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^x=\frac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^x}=\frac{1}{t}$

Khi đó $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0 \Rightarrow \frac{1}{t}+t-2\sqrt{2}=0 \Rightarrow 1+t^2-2\sqrt{2}t=0 \Rightarrow t^2-2\sqrt{2}t+1=0$

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ là:

A. $\{2\}$. **B.** $\{0;2\}$. **C.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\{\pm 2\}$.

Lời giải

Chọn A

$4^{x-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\Leftrightarrow 2^{2x-6}=2^{-x}\Leftrightarrow 2x-6=-x\Leftrightarrow 2x+x=6\Leftrightarrow x=2$.

Câu 10: Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

A. $l=h$. **B.** $h=R$. **C.** $R^2=h^2+l^2$. **D.** $l^2=h^2+R^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Cho $\left(\sqrt{2}-1\right)^{m}<\left(\sqrt{2}-1\right)^{n}$. Khi đó

A. $m>n$. **B.** $m=0$. **C.** $m=n$. **D.** $m<n$.

Lời giải

Chọn A

Do $\sqrt{2}-1<0$ nên hàm số $y=a^{x}$ nghịch biến.

Câu 12: Một quần thể vi khuẩn bắt đầu từ 100 cá thể và cứ su 3 giờ thì số cá thể lại tăng gấp đôi. Bởi vậy số cá thể vi khuẩn được biểu thị theo thời gian t (đơn vị: giờ) bằng công thức $N(t)=100.2^{\frac{t}{3}}$. Hỏi sau bao lâu thì quần thể này đạt tới 50000 cá thể (làm tròn đến hàng phần mười)?

A. $36,8$ giờ. **B.** $30,2$ giờ. **C.** $26,9$ giờ. **D.** $18,6$ giờ.

Lời giải

Chọn C

Ta có $100.2^{\frac{t}{3}}=50000\Leftrightarrow 2^{\frac{t}{3}}=500\Leftrightarrow t=3.\log_2 500\Rightarrow t\approx 26,9$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên tập

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 14: Đặt $I=\int_0^5 (2ax+1)$, a là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để $I<0$

A. $a<\frac{-1}{5}$. **B.** $a>\frac{-1}{5}$. **C.** $a>-5$. **D.** $a<5$.

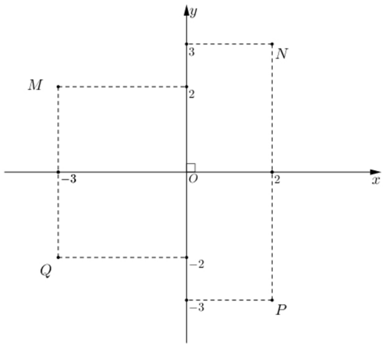
Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_0^5 (2ax+1)=\left(ax^2+x\right)\Big|_0^5=25a+5$

Theo đề: $I<0 \Leftrightarrow 25a+5<0 \Leftrightarrow a<\frac{-1}{5}$.

Câu 15: Điểm nào trong hinhg vẽ dưới đây là điểm biểu diễn cho số phức liên hợp của số phức $z=3i+2$



A. Q. **B.** N. **C.** P. **D.** M.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $\overline{z}=-3i+2$ là $P(2;-3)$.

Câu 16: Cho cấp số cộng có $u_5=-15, u_{20}=60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. -200. **B.** 200. **C.** 250. **D.** -150.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} u_5=u_1+4\mathrm{d}=-15 \\ u_{20}=u_1+19\mathrm{d}=60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=-35 \\ \mathrm{d}=5 \end{cases}$.

Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{20}=\frac{\left[2.(-35)+(20-1).5\right].20}{2}=250$.

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2$ là

A. $m=\frac{1}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=x^4-2x^2$

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ là $m = -1$

Câu 18: Nếu $f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^2(x+2)$ thì $f(x)$

A. Có duy nhất một cực tiểu $x = -2$.

B. Đạt cực tiểu tại $x = -2, x = 0$,đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Đạt cực đại tại $x = -2, x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Không có cực trị.

Lời giải

Chọn A

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$				$-\infty$	

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 19: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z = 2a - i\,(a \in \mathbb{R})$ là.

A. Trục hoành.

B. Đường thẳng $y = -1$.

C. Đường thẳng $x = 2$.

D. Trục tung.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z = 2a - i\,(a \in \mathbb{R})$ có dạng $\{M(2a;-1) \mid a \in \mathbb{R}\}$. Khi a thay đổi các điểm M luôn có tung độ $y = -1$, do đó các điểm M thuộc đường thẳng $y = -1$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = x^4 + 6x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^4 + 6x^2 + 5$, ta có : $y' = 4x^3 + 12x = 4x(x^2 + 12)$.

$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2+12\right)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Do phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm nên đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 điểm cực trị.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm của SA,SB,SC. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNP$ và $S.ABC$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 22: Cho số phức $z=\dfrac{3+i}{x+i},(x\in R)$. Tổng phần thực và phần ảo z của là

A. $\dfrac{2x+6}{x^2+1}$. **B.** $\dfrac{4x+2}{2}$. **C.** $\dfrac{2x-4}{2}$. **D.** $\dfrac{4x-2}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=\dfrac{3+i}{x+i}=\dfrac{(3+i)(x-i)}{x^2+1}=\dfrac{3x+1+(x-3)i}{x^2+1}=\dfrac{3x+1}{x^2+1}+\dfrac{(x-3)}{x^2+1}i$

$\Rightarrow$ Tổng phần thực và phần ảo là: $\dfrac{3x+1}{x^2+1}+\dfrac{x-3}{x^2+1}=\dfrac{3x+1+x-3}{x^2+1}=\dfrac{4x-2}{x^2+1}$

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1			3		$+\infty$
y'		$+$	‖		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$ ↗		2 ‖ $+\infty$		↘	-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-4=0$

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2f(x)-4=0 \Rightarrow f(x)=2 \Rightarrow$ Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-4=0$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=2$ và đồ thị hàm số $y=f(x) \Rightarrow 2$ giao điểm.

Câu 24: Tính bán kính mặt cầu tâm $I(3;-5;-2)$ và tiếp xúc $(P):2x-y-3z+11=0$ là:

A. 14. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 28. **D.** $2\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu tâm I và tiếp xúc (P) bằng $d(I;(P))=\dfrac{|2.3+5+6+11|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-3)^2}}=2\sqrt{14}$

Câu 25: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $\left[-4;4\right]$.

A. $M=40;m=30$. **B.** $M=20;m=-2$. **C.** $M=40;m=-41$. **D.** $M=10;m=-11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x-9\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Mặt khác: $f(-4)=-41;f(4)=15;f(-1)=40;f(3)=8$.

Vậy $M=40;m=-41$.

Câu 26: Tập các số phức z có phần ảo âm, thỏa mãn $(z^2+4)(z^2-z+1)=0$ là

A. $\left\{\pm2i;\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. **B.** $\{2i\}$. **C.** $\left\{-2i;-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. **D.** $\left\{-2i;\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

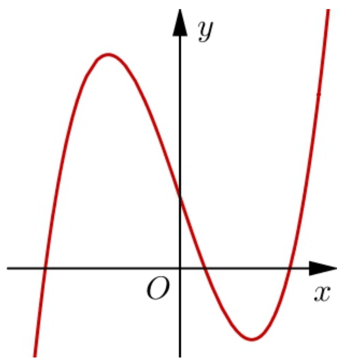
Lời giải

Chọn D

Ta có $(z^2+4)(z^2-z+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2+4=0\\z^2-z+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\pm2i\\z=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{array}\right.$.

Do số phức z có phần ảo âm nên $z=-2i;z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 27: Đường cong sau đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=f(x)=-x^3+3x+1$. **B.** $y=f(x)=-x^3+3x-1$.

C. $y=f(x)=x^3-3x-1$. **D.** $y=f(x)=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$ và $d>0$.

Câu 28: Trong không gian cho ba điểm $A(6;0;0),B(0;-2;0),C(0;0;-4)$, đường thẳng chứa trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình

A. $\begin{cases}x=-6t\\y=-1+t\\z=-2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=6t\\y=-1+t\\z=-2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=6t\\y=-1+t\\z=2+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=6t\\y=-1-t\\z=-2+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Ta có $M(0;-1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-6;-1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{u_{AM}} = (6;1;2) \Rightarrow AM: \begin{cases} x = 6t \\ y = -1+t \\ z = -2+2t \end{cases}$

Câu 29: Trên hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=2$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=2$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc giao tuyến giữa (P) và (S). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min b \in [1;2]$. **B.** $\max a = \min b$. **C.** $\min c \in (-1;1)$. **D.** $\max c \in [\sqrt{2};2]$.

Lời giải

Chọn C

$M \in (S)$ nên ta có $a^2+b^2+c^2=2$. Do đó ta loại ngay hai đáp án A và D.

Ta nhận thấy $\max a = \sqrt{2}$ khi $b=c=0$, do đó câu B sai.

Câu 30: Tính thể tích của phần vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 2)$ là một nửa hình tròn bán kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V = 8\pi$. **B.** $V = 4\pi$. **C.** $V = 32\pi$. **D.** $V = 16\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích nửa hình tròn thiết diện là $S = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{5\pi x^4}{2} \Rightarrow V = \int_0^2 S(x)dx = \pi\int_0^2 \frac{5x^4}{2}dx = 16\pi$.

Câu 31: Mặt cầu tâm $I(1;0;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{10}{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{12}{\sqrt{6}}$. **D.** $\sqrt{12}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;1)$.

Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với đường thẳng $d \Leftrightarrow R = d(I,d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{\frac{10}{3}}$.

Câu 32: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} - m \ge 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le \frac{2x}{x^2+1}, \forall x \in \mathbb{R}.$.

Cách 1:

Ta có: $x^2+1\ge 2|x| \Leftrightarrow \dfrac{2|x|}{x^2+1}\le 1 \Leftrightarrow -1\le \dfrac{2x}{x^2+1}\le 1 \Rightarrow m\le -1$.

Cách 2:

Xét $g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2} \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow -2x^2+2=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0 ↘		-1	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m\le -1$.

Câu 33: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2y+z=0$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. $(\alpha)//Oy$. **B.** $(\alpha)//Ox$. **C.** $(\alpha)//(Oyz)$. **D.** (α) chứa trục Ox.

Lời giải

Chọn D

$(\alpha): 2y+z=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;2;1)$.

Trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$.

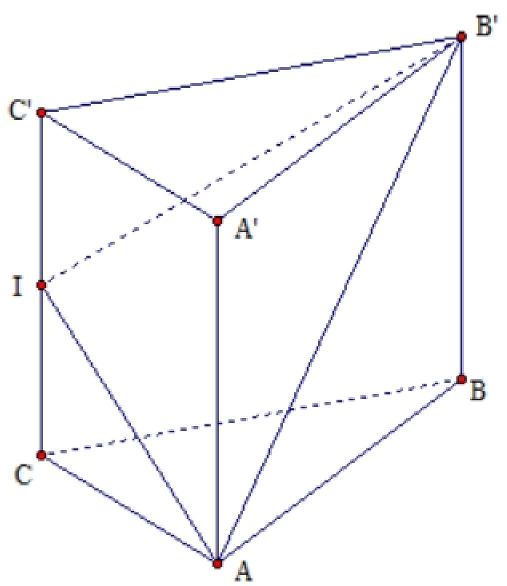
Suy ra $\vec{n}.\vec{i}=0$ và điểm $O\in(\alpha), O\in Ox \Rightarrow Ox\subset(\alpha)$, suy ra đáp án **D** đúng.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, $BB'=a$. I là trung điểm của đoạn CC'. Tính cosin góc giữa (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{3}{10}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AC.AB.\cos 120° = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = a\sqrt{2}$, $IB' = \sqrt{IC'^2 + C'B'^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + 3a^2} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$,

$IA = \sqrt{IC^2 + CA^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra: $IA^2 + AB'^2 = \dfrac{5a^2}{4} + 2a^2 = \dfrac{13a^2}{4} = IB'^2$ hay tam giác $IB'A$ vuông tại A.

+) $S_{\Delta IB'A} = \dfrac{1}{2} IA.AB' = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.a\sqrt{2} = \dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}$.

+) $S_{\Delta CBA} = \dfrac{1}{2} AB.AC \sin 120° = \dfrac{1}{2} a^2 \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi φ là góc hợp bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$. Khi đó tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $AB'I$ lên mặt phẳng (ABC). Áp dụng công thức hình chiếu ta có:

$\cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AB'I}} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{4}{a^2\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 35: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$. Thể tích của khối nón là

A. πa^3. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tam giác vuông cân tại đỉnh của hình nón suy ra bán kính đáy $r = a$, chiều cao của hình nón bằng đường cao ứng với cạnh huyền và bằng nửa cạnh huyền $h = a$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 36: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$.

A. $-\dfrac{35}{16}$. **B.** $-\dfrac{35}{16}x^5$. **C.** $-\dfrac{35}{2}x^5$. **D.** $\dfrac{35}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0 \Leftrightarrow 5\dfrac{n!}{(n-1)!} = \dfrac{n!}{3!(n-3)!} \Leftrightarrow \dfrac{5}{(n-1)(n-2)} = \dfrac{1}{6}$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 7 \\ n = -4 \end{array}\right.$$

Vì $n \in \mathbb{Z}_+^* \Rightarrow n = 7$.

Với $n = 7$, ta có khai triển: $\left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}\right)^7$.

Số hạng thứ $k+1$ của khai triển là $T_{k+1}=C_7^k\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=(-1)^k C_7^k 2^{k-7}x^{14-3k}$.

Để số hạng thứ $k+1$ chứa x^5 thì $14-3k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số cần tìm là $(-1)^3.C_7^3.2^{-4}=-\dfrac{35}{16}$.

Câu 37: Phương trình tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ là

A. $y=1$. **B.** $y=-4x-2$. **C.** $y=4x+23$. **D.** $y=-4x+2$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4x^3-8x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra, đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(0;1)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm cực đại là: $y=1$.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Vì tiếp tuyến tại điểm cực trị là đường thẳng song song với Ox nên chọn phương án **A**.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+6}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc và cắt d là

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của $d:\begin{cases} x=2t \\ y=-6+t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d

Ta có $H(2t;-6+t;1+t)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(2t;t-6;t)$, $\overrightarrow{u_d}=(2;1;1)$

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 4t + t - 6 + t = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2;-5;1)$

Đường thẳng Δ đi qua $A(0;0;1)$ vuông góc và cắt d nên $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;-5;1)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 10$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m < -4$. **B.** $m > -4$. **C.** $m \le -4$. **D.** $m \ge -4$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = x^2 + 4x - m$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \ge 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 + m \le 0 \Leftrightarrow m \le -4$.

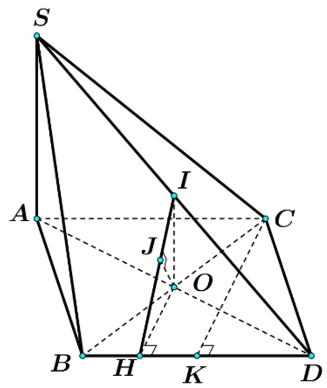
Vậy $m \le -4$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và đáy bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa AC và SB theo a

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mp(ABC), dựng hình bình hành $ABCD$ thì $AC \,//\, BD \Rightarrow AC \,//\, (SBD)$

$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC,(SBD)) = d(A,(SBD)) = 2d(O,(SBD))$

Gọi K, H, I lần lượt là trung điểm BD, BK, SD thì $(SBD) \perp (OHI)$ và $(SBD) \cap (OHI) = HI$

Trong mp(OHI), kẻ $OJ \perp HI$ thì $OJ = d(O,(SBD))$

Mặt khác

ΔBCD đều nên $CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = SBA = 60° \Rightarrow SA = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$

Tam giác OHI vuông tại O có $\frac{1}{OJ^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OH^2} \Rightarrow OJ = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

Khi đó $d\left(A,\left(SBD\right)\right)=2d\left(O,\left(SBD\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{a\sqrt{15}}{5}$

Câu 41: Cho bốn điểm $A\left(1;0;0\right),B\left(0;1;0\right),C\left(0;0;1\right),D\left(1;1;1\right)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Tam giác ABD là tam giác đều.
B. Bốn điểm A,B,C,D tạo thành tứ diện.
C. AB vuông góc với CD.
D. Tam giác BCD là tam giác vuông.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BC}=\left(0;-1;1\right),\overrightarrow{BD}=\left(1;0;1\right),\overrightarrow{CD}=\left(1;1;0\right)$

Do $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}=1;\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CD}=1;\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{BC}=-1$ nên các tam giác BCD không vuông.

Câu 42: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2};1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty}y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}=3$$

$$\lim_{x\to-\infty}y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\frac{1}{x}\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}=3$$

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x\to1^+}y=\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=+\infty$$

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.
Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Câu 43: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|f\left(2\sin x+1\right)+m\right|$ không vượt quá 10 ?

A. 45. **B.** 43. **C.** 30. **D.** 41.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2\sin x+1$ $,t\in\left[-1;3\right]$

Xét hàm số $g\left(t\right)=f\left(t\right)+m=t^3-3t+1+m$ $,t\in\left[-1;3\right]$

$g'\left(t\right)=3t^2-3=0\Leftrightarrow t=\pm1$

$\underset{[-1;3]}{Max}\,g\left(t\right)=g\left(3\right)=m+19$

$\underset{[-1;3]}{Min}\,g\left(t\right)=g\left(1\right)=m-1$

+ **TH1**: Nếu $m+19>m-1>0\left(m>1\right)$

Để thỏa mãn YCBT thì $m-1\le10\Leftrightarrow m\le11\Rightarrow1<m\le11$ (1)

+ **TH2**: Nếu $0 > m+19 > m-1 (m < -19)$

Để thỏa mãn YCBT thì $m+19 \ge -10 \Leftrightarrow m \ge -29 \Rightarrow -29 \le m < -19$ (2)

+ **TH3**: Nếu $m-1 \le 0 \le m+19 \Leftrightarrow -19 \le m \le 1$ thì $\min y = 0$ (hiển nhiên đúng) (3)

Từ (1),(2),(3) suy ra $-29 \le m \le 11$

Vậy có 41 số nguyên thỏa mãn.

Câu 44: Số nghiệm nguyên của bất phương trình sau $\log_{\sqrt{3}}(x+1) - \log_{\sqrt{3}}(x-1) \ge \log_3 4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$ĐK: x > 1$

$bpt \Leftrightarrow 2\log_3(x+1) - 2\log_3(x-1) \ge 2\log_3 2$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) \ge \log_3 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x-1} \ge 2 \Leftrightarrow x \le 3$

Kết hợp điều kiện ta có $1 < x \le 3$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{2;3\}$. Chọn D

Câu 45: Cho $|6z_1 - i| = |6z_2 - i| = |2+3i|$; $|z_1 - z_2| = \dfrac{1}{3}$. Tính $\left|z_1 + z_2 - \dfrac{1}{3}i\right|$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $6z_2 = z_2'$ có điểm biểu diễn là N; $6z_1 = z_1'$ có điểm biểu diễn là M.

Suy ra : $|6z_1 - i| = |6z_2 - i| = |2+3i| \Leftrightarrow |z_1' - i| = |z_2' - i| = \sqrt{13}$.

Suy ra : $M; N$ thuộc đường tròn tâm $I(0;1)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$.

Mặt khác: $|z_1 - z_2| = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow |z_1' - z_2'| = 2 \Rightarrow MN = 2$.

Gọi J là trung điểm của đoạn $MN \Rightarrow J$ là điểm biểu diễn số phức $\dfrac{z_1' + z_2'}{2}$.

$\Rightarrow IJ^2 = \dfrac{IM^2 + IN^2}{2} - \dfrac{MN^2}{4} = 13 - \dfrac{2^2}{4} = 12$.

$\Rightarrow \left|\dfrac{z_1' + z_2'}{2} - i\right| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left|(z_1 + z_2)\cdot\dfrac{6}{2} - i\right| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left|z_1 + z_2 - \dfrac{1}{3}i\right| = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: Cho $\int_1^e \frac{(x^3+1)\ln x+2021x^2+1}{2021+x\ln x}dx=\frac{e^a+b}{3}+\ln\frac{c+2021}{2021}(a;b;c\in\mathbb{R})$. Khi đó

A. $a+b>c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $b+c>a$. **D.** $c-b>a$.

Lời giải

Chọn D

$$=\int_1^e \frac{x^3\ln x+2021x^2+1+\ln x}{2021+x\ln x}dx$$

$$=\int_1^e \frac{x^2(x\ln x+2021)+1+\ln x}{2021+x\ln x}dx$$

$$=\int_1^e\left(x^2+\frac{1+\ln x}{2021+x\ln x}\right)dx=\left.\frac{x^3}{3}\right|_1^e+\int_1^e\frac{1+\ln x}{2021+x\ln x}dx=\frac{e^3}{3}-\frac{1}{3}+\int_1^e\frac{1+\ln x}{2021+x\ln x}dx.$$

$$I_1=\int_1^e\frac{1+\ln x}{2021+x\ln x}dx.$$

Đặt $t=2021+x\ln x\Rightarrow dt=(\ln x+1)dx$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2021$; $x=e\Rightarrow t=2021+e$.

Suy ra: $I_1=\int_{2021}^{2021+e}\frac{dt}{t}=\ln|t|\Big|_{2021}^{2021+e}=\ln\frac{2021+e}{2021}$.

$$I=\frac{e^3}{3}-\frac{1}{3}+\ln\frac{2021+e}{2021}=\frac{e^3-1}{3}+\ln\frac{2021+e}{2021}=\frac{e^a+b}{3}+\ln\frac{c+2021}{2021}.$$

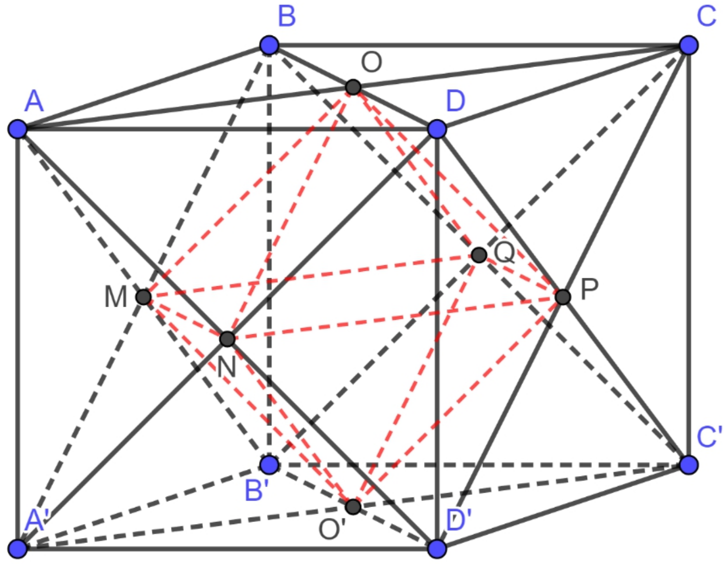
Vậy $a=3;b=-1;c=e$ suy ra: $c-b>a$.

Câu 47: Cho hình lập phương A’B’C’D’.ABCD có thể tích V. Gọi V_1 la thể tích khối bát diện đều mà đỉnh là tâm của các mặt của hinh lập phương đã cho. Tính $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V}=\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{MNPQ}=MN.MQ=\frac{BD}{2}.\frac{AC}{2}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$ và $d\left(O;\left(MNPQ\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(O;\left(ABCD\right)\right)$

$\Rightarrow V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(O;\left(ABCD\right)\right).\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{1}{12}V$

$\Rightarrow V_1=2V_{O.MNPQ}=2.\frac{1}{12}V=\frac{1}{6}V$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{1}{6}$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=14$, $\int_0^3\left[f'(x)\right]^2dx=\frac{2187}{20}$ và $\int_0^3 xf(x)dx=\frac{531}{20}$. Giá trị của $\int_0^3\left[f(x)-1\right]dx$ bằng

A. $\frac{729}{5}$. **B.** $\frac{93}{8}$. **C.** $\frac{531}{4}$. **D.** $\frac{69}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^3 xf(x)dx=\frac{531}{20}$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2}f(x)\Big|_0^3-\int_0^3\frac{x^2}{2}f'(x)dx=\frac{531}{20}\Leftrightarrow 63-\frac{1}{2}\int_0^3 x^2f'(x)dx=\frac{531}{20}\Leftrightarrow\int_0^3 x^2f'(x)dx=\frac{729}{10}$

Ta có: $\int_0^3 x^4dx=\frac{243}{5}$

Tìm k sao cho $\int_0^3\left[f'(x)-kx^2\right]^2dx=0$

$\Leftrightarrow\int_0^3\left[f'(x)\right]^2dx-2k\int_0^3 x^2f'(x)dx+k^2\int_0^3 x^4dx=0\Leftrightarrow\frac{2187}{20}-2k.\frac{729}{10}+k^2.\frac{243}{5}=0$

$\Leftrightarrow 972k^2-2916k+2187=0\Leftrightarrow k=\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left[f'(x) - \frac{3}{2}x^2 \right]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{2} + C$$

Ta có $f(3) = 14 \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2}$

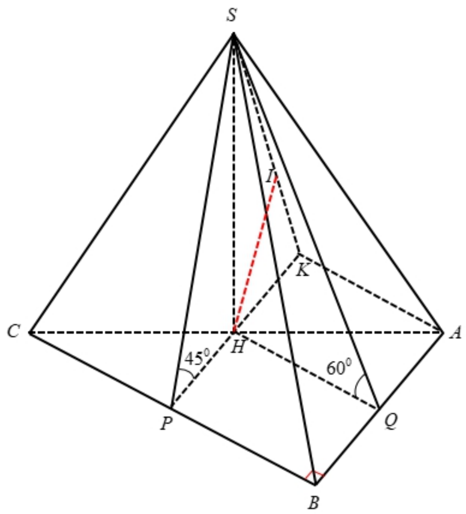
Vậy $\int_0^3 \left[f(x) - 1 \right] dx = \int_0^3 \left(\frac{x^3}{2} + \frac{1}{2} - 1 \right) dx = \frac{1}{2}\int_0^3 \left(x^3 - 1 \right) dx = \frac{69}{8}$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc 60^0 và 45^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm cạnh AC, có ΔSAC cân tại S nên $SH \perp AC$.

Lại có: $(SAC) \perp (ABC)$

$(SAC) \cap (ABC) = AC$

Suy ra: $SH \perp (ABC)$.

Kẻ $HP \perp BC, HQ \perp AB$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp HP \\ BC \perp SH \ (\text{do } SH \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SP$

Vậy có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SP \subset (SBC), SP \perp BC \\ HP \subset (ABC), HP \perp BC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)} \right) = \left(\widehat{SP,HP} \right) = \widehat{SPH} = 45^0$.

Tương tự, $\left(\widehat{(SAB),(ABC)} \right) = \left(\widehat{SQ,HQ} \right) = \widehat{SQH} = 60^0$.

Từ A, kẻ đường thẳng $d \,//\, BC$, kẻ $HK \perp d$, nối SK, kẻ $HI \perp HK$.

Có $\begin{cases} AK \perp HK\ (\text{cd}) \\ AK \perp SH\ \left(\text{do } SH \perp (ABC),\ AK \subset (ABC)\right) \\ HK \cap SH = H \\ HK, SH \subset (SHK) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SHK) \Rightarrow AK \perp HI$.

Mà $HI \perp SK;\ AK \cap SK = K;\ AK, SK \subset (SAK)$.

$\Rightarrow HI \perp (SAK) \Rightarrow d\left(H,(SAK)\right) = HI$.

Ta có: $\begin{cases} BC\ //\ AK \\ AK \subset (SAK) \Rightarrow BC\ //\ (SAK) \text{ mà } SA \subset (SAK) \\ BC \not\subset (SAK) \end{cases}$

$\Rightarrow d(SA, BC) = d\left(BC,(SAK)\right) = d\left(B,(SAK)\right) = 2d\left(H,(SAK)\right) = 2HI = a$

$\Rightarrow HI = \dfrac{a}{2}$.

Lại có: $\begin{cases} BC\ //\ AK \\ HK \perp AK,\ HP \perp BC \end{cases} \Rightarrow H, K, P$ thẳng hàng và $\dfrac{HP}{HK} = \dfrac{HC}{HA} = 1 \Rightarrow HK = HP$.

Đặt: $SH = x\ (x > 0)$

Tam giác SHP vuông tại H, $\widehat{SPH} = 45^0 \Rightarrow HP = x \Rightarrow HK = x$

ΔSHK vuông tại H, $HI \perp SK \Rightarrow HI = \dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} \Rightarrow \dfrac{a}{2} = \dfrac{x^2}{x\sqrt{2}} \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Tam giác SHQ vuông tại H, $\widehat{SPQ} = 60^0 \Rightarrow HQ = \dfrac{SH}{\tan 60^0} = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác, ΔABC vuông tại B nên $HP\ //\ AB$, $HQ\ //\ BC$ mà H là trung điểm của AC nên HP, HQ là các đường trung bình của ΔABC $\Rightarrow AB = 2x = a\sqrt{2},\ BC = \dfrac{2x}{\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SH.dt(ABC) = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{\sqrt{2}}.\dfrac{1}{2}.a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 50: Xét các số thực dương x, y thoả mãn $(x-2)(y+1) = \log_{\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right) + 3x$. Khi $x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất , $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x-2)(y+1)=\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+3x \Leftrightarrow xy-2y+x-2-3x=\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x+y}{xy}\right)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{2}}(xy)+xy=\log_{\sqrt{2}}(x+y)+2+2(x+y)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{2}}(xy)+xy=\log_{\sqrt{2}}[2(x+y)]+2(x+y)\ \ (1)$

Xét hàm đặc trưng $f(t)=\log_{\sqrt{2}}t+t\ \ (t>0)$

$f'(t)=\frac{1}{t\ln\sqrt{2}}+1>0\ \ \forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Mà phương trình (1) có dạng $f(xy)=f(2(x+y))$ nên ta có:

$xy=2(x+y)\Rightarrow y=\frac{2x}{x-2}\ \ (x\neq 2)$ ($x=2$ không thoả mãn)

Do $x>0,\ y>0\Rightarrow x>2$

Khi đó: $x+4y=x+\frac{8x}{x-2}=x+8+\frac{16}{x-2}=x-2+\frac{16}{x-2}+10\geq 2\sqrt{(x-2)\frac{16}{x-2}}+10=18$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x>2 \\ x-2=\frac{16}{x-2} \end{cases} \Leftrightarrow x=6\Rightarrow y=\frac{2x}{x-2}=3$

Vậy $Max(x+4y)=18$ khi $x=6,\ y=3\Rightarrow \frac{x}{y}=2$.

HẾT

https://toanmath.com/