HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ XUẤT KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA

BÀI THI: TOÁN

NĂM HỌC: 2020 - 2021

Câu 1. Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn ra một bộ quần áo là: 4.3 = 12 (cách). **Chọn A**

Câu 2. Cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d$ (với u_1 là số hạng đầu và d là công sai)

Suy ra: $u_{10} = -5 + (10-1)3 = 22$. **Chọn B**

Câu 3. Ta có: $log_2(2x+1) = 3 \Leftrightarrow 2x+1 = 8 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$. **Chọn D**

Câu 4 . Ta có: $V = 4^3 = 64$. **Chọn A**

Câu 5. Hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

TXĐ: $D = (1;+\infty)$. **Chọn D**

Câu 6. $\int(\sin x - \cos x)dx = -\sin x - \cos x + C$.**Chọn A**

Câu 7. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a.a^2 = a^3$. **Chọn A**

Câu 8. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 3^2.6 = 18\pi$. **Chọn C**

Câu 9. $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3$. **Chọn D**

Câu 10. Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **Chọn D**

Câu 11. Ta có: $\log_2(a^6) = 6\log_2 a$. **Chọn C**

Câu 12. $S_{xq} = 2\pi rl = 2\sqrt{3}\pi a^2$ **Chọn A**

Câu 13. Từ BBT ta thấyhàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$. **Chọn C**

Câu 14 . Dựa vào đồ thị suy ra hàm số là hàm bậc 3 với a > 0và cắt trục Oy tại điểm có tọa độ (0;3). **Chọn B**

Câu 15. Ta có**:** $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+} y = +\infty, \lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^-} y = -\infty$ nên $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng . **Chọn D**

Câu 16. Điều kiện $x \neq 1$. Ta có: $\ln(x-1)^2 < 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

Kết hợp điều kiện suy ra $S = (0;2)\setminus\{1\}$. **Chọn D**

Câu 17. Ta có $5f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{-3}{5}$

Dựa vào BBT **chọn D**

Câu 18 . Nếu $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x = -3$ và $\int_3^1 f(x)\mathrm{d}x = 1 \Rightarrow \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = -1$

Do đó $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -1 \Rightarrow \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -1 - \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -4$

Chọn A.

Câu 19. $z_1 + z_2 = 1 + 2i + 2 - 3i = 3 - i$. **Chọn A**

Câu 20. $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 1 - 2i \Rightarrow \overline{z_2} = 1 + 2i$. Ta có: $z_1 - \overline{z_2} = 3 + i - (1 + 2i) = 2 - i$. Phần ảo bằng**:** -1. **Chọn A**

Câu 21. $z = \dfrac{2i(1-3i)}{(1+i)^2} = 1 - 3i$

Điểm biểu diễn cho số phức z là: $G(1;-3)$.**Chọn D.**

Câu 22. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;-5;-3)$ trên mặt phẳng Oxz là $H(-2;0;-3)$

Chọn B

Câu 23. Tâm của (S) là: $I(-1;2;1)$ **Chọn A**

Câu 24. $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-2;3)$.

Chọn B

Câu 25. (d) : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Điểm thuộc đường thẳng (d) là: $I(-1;-2;1)$ **.Chọn B**

Câu 26.

Ta có $\left.\begin{array}{l} SD \cap (ABCD) = D \\ SA \perp (ABCD) \end{array}\right\} \Rightarrow$ AD là hình chiếu của SD trên mặt phẳng (ABCD)

$$\Rightarrow (SD,(ABCD)) = SDA$$

Xét tam giác vuông SAD vuông tại A $\tan SDA = \dfrac{SD}{AD} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2a} = \sqrt{3} \Rightarrow SDA = 60^0$

Chọn C.

Câu 27. Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên ℝ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$,

nhưng $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $x = -3$; $x = 1$ nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị

Chọn B

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{8 - x^2}$ trên đoạn $[-2;1]$

+ Trên đoạn $[-2;1]$, $f(x)$ liên tục và ta có: $f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{8-x^2}}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0\in(-2;1)$

+Ta có : $f(-2)=2$; $f(0)=2\sqrt{2}$ và $f(1)=\sqrt{7}$

+Suy ra : $\underset{[-2;1]}{\text{Max}}\ f(x)=f(0)=2\sqrt{2}$ **Chọn A**

Câu 29. Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2\left(4^x.8^y\right)=\log_{16}8$

+ Từ giả thuyết, ta có : $\log_2(4^x)+\log_2(8^y)=\frac{3}{4}\Leftrightarrow 2x+3y=\frac{3}{4}\Leftrightarrow 8x+12y=3\Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 30. Số giao điểm của 2 đường là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3+3x^2-5=4x-5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\ x=0\\ x=1\end{array}\right.$$

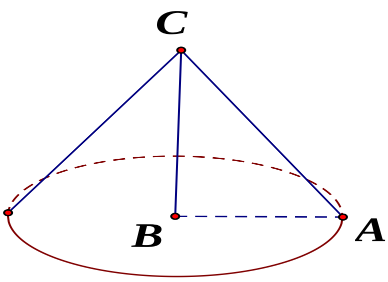
Do đó số giao điểm của đường cong: $y=x^3+3x^2-5$ và đường thẳng $y=4x-5$ là 3. **Chọn A**

Câu 31.

$$4^x+8\ge 6.2^x\Leftrightarrow 2^{2x}-62^x+8\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x\le 2\\ 2^x\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$$

Chọn B

Câu 32.



$S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi.a.2a+\pi a^2=3\pi a^2$

Chọn B

Câu 33. Chọn B

Ta có: $f(x)=\int f'(x)\,\mathrm{dx}=\int\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}-x\sqrt{x+1}}dx$

$$=\int\frac{1}{\sqrt{x+1}.\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)}dx=\int\frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+1}.\sqrt{x}}dx$$

$$=\int\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx+\int\frac{1}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x}+C$$

Mà $f(1)=2\sqrt{2}$ nên $C=-2\Rightarrow f(x)=2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x}-2$

Vậy $\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2(2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x}-2)dx=\left[\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}+\frac{4}{3}(x)^{\frac{3}{2}}-2x\right]\Bigg|_1^2=4\sqrt{3}-\frac{10}{3}$

Câu 34. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bằng

$$S=\int_{-1}^{\frac{3}{2}}\left[(-\mathrm{x}^2+3)-(\mathrm{x}^2-\mathrm{x})\right]dx=\int_{-1}^{\frac{3}{2}}(-2x^2+x+3)dx$$

Chọn D

Câu 35. Gọi $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$

Ta có: $y = 2x$ và $\sqrt{x^2 + y^2} = 3\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5x^2} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = \pm 3$

$\Rightarrow x = -3, y = -6$

Chọn A.

Câu 36.

$w = (2+i)^2 - 3(2-i) = -3 + 7i \Rightarrow |w| = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$. **Chọn D**

Câu 37. Mặt phẳng đi qua điểm $M(-2;-1;0)$ và vuông góc với trục Oz nhận $\vec{k} = (0;0;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $z = 0$.**Chọn C**

Câu 38. **Chọn D**

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (-2;-1;1)$

Đường thẳng $\Delta // d$ nên nhận vectơ $\overrightarrow{u_d} = (-2;-1;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua M có phương trình chính tắc là $\Delta: \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+5}{1}$

Câu 39. Chọn A

Gọi biến cố A: "Có một học sinh nữ khối 10 được chọn"

B: "Có một học sinh nữ khối 11 được chọn"

C: "Có một học sinh nữ khối 12 được chọn"

Ta có: $P(A) = \dfrac{C_5^1}{C_{10}^1} = \dfrac{1}{2};\ P(B) = \dfrac{C_4^1}{C_9^1} = \dfrac{4}{9};\ P(C) = \dfrac{C_3^1}{C_8^1} = \dfrac{3}{8};$

$P(\overline{A}) = \dfrac{1}{2};\ P(\overline{B}) = \dfrac{5}{9};\ P(\overline{C}) = \dfrac{5}{8};$

Gọi biến cố D: "Có đúng một học sinh nữ trong 3 học sinh được chọn"

Ta có: $D = A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C$, đây là hợp của các biến cố xung khắc.

Theo quy tắc cộng và nhân xác suất, ta có:

$$P(D) = P(A\overline{B}\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\overline{B}C)$$

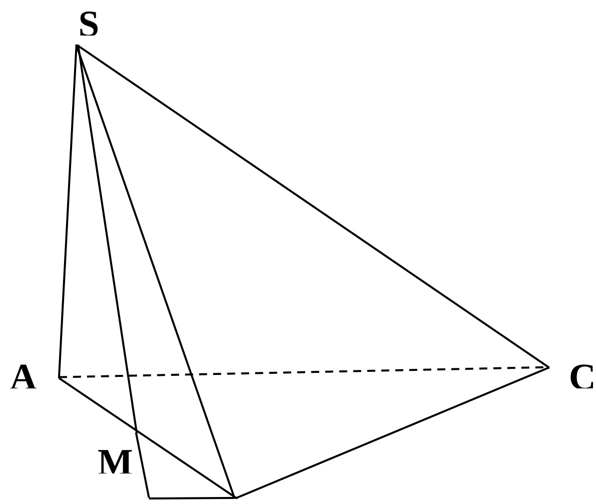
$$= \frac{1}{2}.\frac{5}{9}.\frac{5}{8} + \frac{1}{2}.\frac{4}{9}.\frac{5}{8} + \frac{1}{2}.\frac{5}{9}.\frac{3}{8} = \frac{5}{12}$$

Câu 40. Chọn B

Ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SM$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên SM.

Suy ra: $BH \perp SM$; $BH \perp BC$



Vậy BH là đoạn vuông góc chung của SM và BC.

Vì hai tam giác vuông BHM và SAM có $SMA = BMH$

Nên chúng đồng dạng, suy ra: $\dfrac{BH}{BM} = \dfrac{SA}{SM} \Rightarrow BH = \dfrac{SA.BM}{SM} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 41. Ta có: $y' = -x^2 + 2mx - (m+30)$

Hàm số nghịch biến trên $R \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in R \Leftrightarrow m^2 - (m+30) \le 0 \Leftrightarrow -5 \le m \le 6$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4;5;6\}$. Chọn **C**

Câu 42. $P(500) = 760.e^{500.i} \Leftrightarrow 715,02 = 760.e^{500.i} \Rightarrow i = \dfrac{1}{500}\ln(\dfrac{715,02}{760}) = -1,22.10^{-4}$

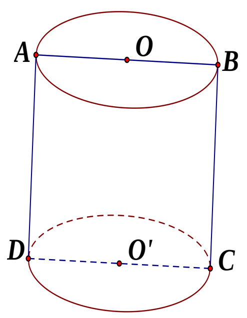
$P(x) = P_0.e^{x.i} \Rightarrow x = \dfrac{1}{i}\ln(\dfrac{P(x)}{P_0}) = \dfrac{1}{-1,22.10^4}\ln(\dfrac{560}{760}) \approx 2503(m)$ Chọn **B**

Câu 43. Dựa vào bảng biến thiên ta có : $a > 0$ **,** $f(0) = d \in (0;3) \Rightarrow d > 0$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{array}\right.$.

Ta có $a > 0$ mà theo định lý Viet : $\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 1 = \dfrac{-2b}{3a} \\ x_1.x_2 = -6 = \dfrac{c}{3a} \end{array}$, Do đó $\begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ Chọn **D**

Câu 44.



Gọi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật $(x > y > 0)$

Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} x.y = 50 \\ x + y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$

$V = \pi r^2 h = \pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2.10 = \dfrac{125}{2}\pi$

Câu 45. Ta có

$\int_0^x \sin t dt = -\cos t\big|_0^x = -(\cos x - 1) = 1 - \cos x$

$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x\left[1 - \int_0^x \sin t.dt\right]dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x\left[1 - (1 - \cos x)\right]dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x\cos x dx = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{6} - \dfrac{1}{2}$

Chọn A

Câu 46. + Đặt: $t = 2.cosx \Rightarrow t \in [-2;2]$

+ Phương trình đã cho trở thành : $3f(t)-5=0 \Leftrightarrow f(t)=\frac{5}{3}$ (*)

+ Vì $t\in[-2;2]$ nên (*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=a\ (-2<a<0) \\ t=b\ (0<b<2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=\frac{a}{2}\ (1) \\ \cos x=\frac{b}{2}\ (2) \end{array}\right.$

+Xét pt (1): Từ $-2<a<0 \Rightarrow -1<\frac{a}{2}<0 \Rightarrow$ pt (1) có 1 nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right)$

+Xét pt (2): Từ $0<b<2 \Rightarrow 0<\frac{b}{2}<1 \Rightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right)$

Suyra, phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right) \Rightarrow$ Chọn **B**

Câu 47. + Từ $a^x=b^y=ab\sqrt{b} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2}(2+3.\log_a b) \\ y=\frac{1}{2}(2.\log_b a+3) \end{cases}$

+ Thay vào, ta có $P=\frac{11}{2}+6.\log_a b+\frac{1}{\log_a b}$

+ Đặt: $t=\log_a b \Rightarrow t<0$ và $P=g(t)=\frac{11}{2}+6t+\frac{1}{t} \Rightarrow g'(t)=\frac{6t^2-1}{t^2}$

+ $g'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{\sqrt{6}}\ (l) \\ t=\frac{-1}{\sqrt{6}}\ (n) \end{array}\right.$

+ Lập BBT suy ra, trên khoảng $(-\infty;0)$, $\underset{(-\infty;0)}{\text{Max}}\ g(t)=g\left(\frac{-1}{\sqrt{6}}\right)=\frac{11}{2}-2\sqrt{6}$

$\Rightarrow Max\text{P}=\frac{11}{2}-2\sqrt{6}\approx 0,601 \Rightarrow$ Chọn **B**

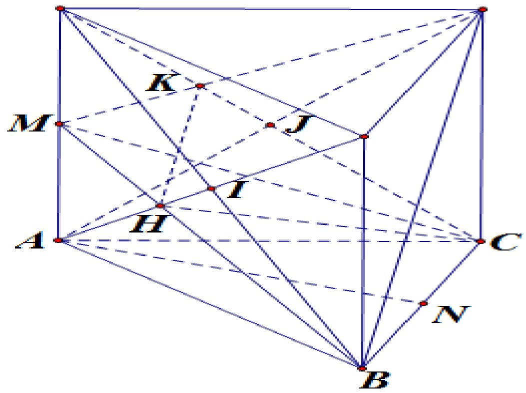
Câu 48. Giải phương trình $\int_0^2 (t-\log_2 x)dt=2\log_2\left(\frac{2}{x}\right)$ (ẩn x)

ĐK: $x>0$

$\int_0^2 (t-\log_2 x)dt=2\log_2\left(\frac{2}{x}\right) \Leftrightarrow \left.\left(\frac{t^2}{2}-t\log_2 x\right)\right|_0^2=2\log_2\left(\frac{2}{x}\right) \Leftrightarrow 2-2\log_2 x=2(1-\log_2 x)$

$\Leftrightarrow 0=0$ (đúng với mọi x dương). **Chọn C**

Câu 49.



Gọi $I = AB' \cap A'B, J = AC' \cap A'C$

Ta có $\frac{AH}{AB'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{2}{3}$ nên H là trọng tâm của tam giác ABA' suy ra BH đi qua trung điểm M của AA'

Tương tự $\frac{A'K}{A'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{A'K}{A'J} = \frac{2}{3}$ nên K là trọng tâm của tam giác $AA'C'$ suy ra $C'K$ đi qua trung điểm M của AA' nên $\frac{MH}{MB} = \frac{MK}{MC'} = \frac{1}{3}$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối đa diện $MHKC$ và $MBCC'$

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{MH}{MB} \cdot \frac{MK}{MC'} = \frac{1}{9}$ mà $V_1 + V = V_2 \Rightarrow V = \frac{8}{9} V_2$

Ta có $V_2 = \frac{1}{3} d\left(M, (BB'C'C)\right).S_{BCC'} = \frac{1}{3} d\left(A, (BB'C'C)\right).S_{BCC'}$ (kẻ AN vuông góc với BC suy ra $AN = d(A,(BB'C'C))$

Suy ra $V_2 = \frac{1}{3} AN.S_{BCC'} = 8 \Rightarrow V = \frac{64}{9}$

Câu 50. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$.

Ta có: $x \in \left[1; 3^{\sqrt{3}}\right] \Leftrightarrow 0 \le \log_3 x \le \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \le \sqrt{\log_3^2 x + 1} \le 2$

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}; t \in [1; 2]$.

Phương trình trở thành: $t^2 + t - 2m - 6 = 0; t \in [1; 2] \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = 2m; t \in [1; 2]$

Đặt $f(t) = t^2 + t - 6 \Rightarrow f'(t) = 2t + 1 > 0 \left(\forall t \in [1; 2]\right)$

$f(1) = -4 \le t \le f(2) = 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 0$. **Chọn D.**

---------------------------------------**Hết**--------------------------------